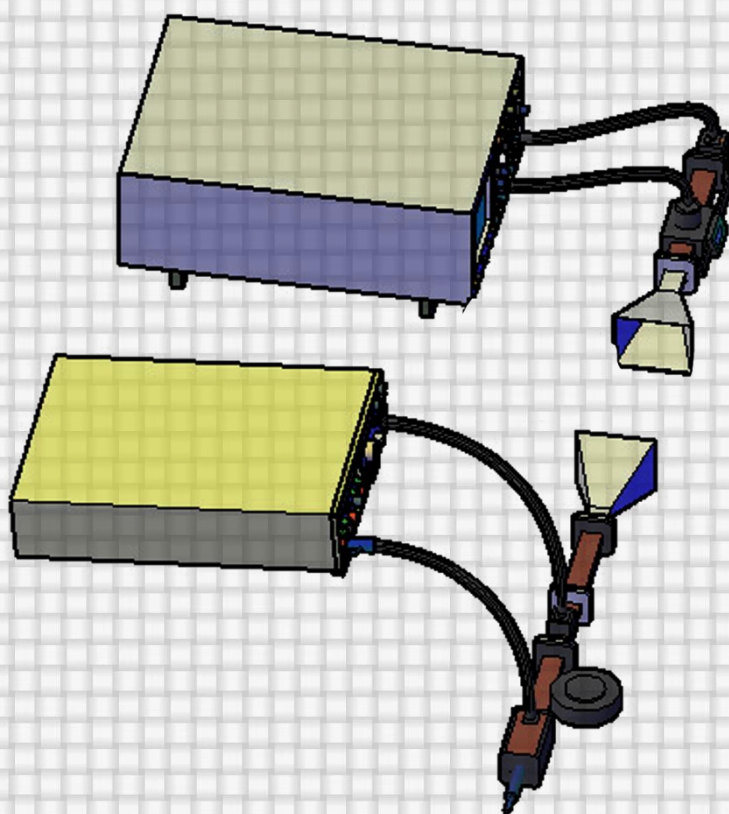


Grigore-Adrian IORDĂCHESCU

Microunde

Teorie și Aplicații



Editura Universității din Pitești
2018

GRIGORE-ADRIAN IORDĂCHESCU

**MICROUNDE
- TEORIE ȘI APLICAȚII -**

**EDITURA UNIVERSITĂȚII DIN PITEȘTI
2018**



Editura Universității din Pitești

Str. Târgu din Vale, nr. 1,
110040, Pitești, jud. Argeș

tel/fax: 40348 45.31.23

Copyright © 2018 – Editura Universității din Pitești

Toate drepturile asupra acestei ediții sunt rezervate
Editurii Universității din Pitești.

Nicio parte din acest volum nu poate fi reprodusă
sub orice formă, fără permisiunea scrisă a autorului.

Editor: lector univ. dr. Sorin FIANU

Referenți științifici:

- prof. univ. dr. ing. Gheorghe ȘERBAN
- prof. univ. dr. ing. Ioan LIȚĂ

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României IORDĂCHESCU, GRIGORE-ADRIAN

Microunde: teorie și aplicații / Grigore-Adrian Iordăchescu. -
Pitești: Editura Universității din Pitești, 2018

Conține bibliografie
Index

ISBN 978-606-560-595-4

CUVÂNT ÎNAINTE

Această carte a apărut ca urmare a dorinței autorului de a oferi studenților săi de la Facultatea de Electronică, Comunicații și Calculatoare din cadrul Universității din Pitești un suport teoretic și aplicativ la cursul de Microunde pe care aceștia îl parcurg în anul III al studiilor de licență.

După o scurtă introducere teoretică, cartea e împărțită în trei secțiuni fundamentale, întâlnite în cadrul majorității cursurilor de Microunde predate la universități din întreaga lume. Cele trei secțiuni tratează propagarea microundelor în condiții specifice. Prima dintre acestea, corespunzătoare capitolului 2, este dedicată teoriei generalizate a câmpului electromagnetic și tratează propagarea undelor plane în spațiul liber. A doua tratează propagarea undelor electromagnetice prin linii de transmisie folosind formalismul simplificat al undelor de tensiune și de curent. Ultima dintre ele tratează propagarea microundelor prin ghiduri de undă.

Fiecare dintre aceste trei secțiuni (capitolele 2-4) expune doar noțiunile teoretice de bază, noțiuni necesare și suficiente pentru absolvirea cursului de Microunde. Pentru cei care doresc să devină specialiști în domeniu, este indicată urmărirea unei bibliografii suplimentare, întâlnită la sfârșitul acestei cărți. Tot la sfârșitul cărții pot fi găsite și linkuri către animații video ce pot facilita înțelegerea intuitivă a părților teoretice. Punerea accentului pe partea intuitivă și explicativă a fenomenelor este ceea ce diferențiază această carte față de altele în domeniu. Cel mai elocvent exemplu în acest sens se găsește în capitolul dedicat ghidurilor de undă (capitolul 4). Deși toate cursurile de microunde descriu matematic modurile de propagare în ghidurile dreptunghiulare, sunt extrem de puține care arată grafic distribuția energiei în secțiune transversală pentru fiecare mod în parte. Mai mult decât atât, și mai puține sunt acelea care arată distribuția câmpului electric din ghid sub formă vectorială (care pe lângă informația de amplitudine ar trebui să ofere și informații legate de direcție). Ei bine, acest manual a fost scris tocmai pentru a veni în întâmpinarea acestor lipsuri existente în cursurile actuale din domeniu. Altfel spus, această carte nu dorește a înlocui cursurile deja bine cunoscute și citate în Bibliografie, ci se dorește a fi o structură de legătură între acestea și nivelul de înțelegere al studentului mediu.

Deși cartea aceasta prezintă un curs introductiv în domeniu, pentru parcurgerea ei autorul consideră că studenții, respectiv cititorii amatori, au cunoștințe de bază din domeniile Analizei vectoriale, Electromagnetismului și Componentelor Electronice Pasive. Pe lângă partea teoretică, la sfârșitul fiecărei secțiuni există câteva pagini dedicate aplicațiilor experimentale bazate pe cunoștințele teoretice dobândite în respectiva secțiune. Aceste aplicații, care pot fi realizate în cadrul orelor de laborator, sunt fie menite să cimenteze studentului conceptele prezentate la curs, fie să le demonstreze în mod practic, fie să le îmbunătățească abilitățile practice ca viitori ingineri.

Cartea se încheie cu un capitol destinat unor exerciții de tip grilă, care pot fi date studenților atât în timpul verificărilor pe parcurs, precum și în timpul verificării finale. În anexe se găsește un breviar al formulelor pe care studenții au voie să le folosească în timpul rezolvării testelor, precum și răspunsurile la testele din carte.

Inchei această prefață cu speranța că acest manual va servi mai multor generații de studenți și pasionați ai domeniului drept ghid teoretic și experimental, precum și ca o punte de legătură cu alte tratate matematizate din domeniu, mai complete dar mai puțin intuitive decât cartea de față.

G.A. Iordăchescu

CUPRINS

CAPITOLUL 1. INTRODUCERE	7
1.1. Spectrul electromagnetic.....	7
1.2. Microundele.....	10
1.3. Dispozitive și circuite de microunde	12
CAPITOLUL 2. TEORIA CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC	15
2.1. Ecuațiile lui Maxwell	15
2.2. Condiții la frontieră	17
2.3. Ecuația undei plane	19
2.4. Polarizarea undei.....	23
<i>Aplicație practică nr. 1: Propagarea microundelor prin medii cu pierderi.....</i>	<i>25</i>
<i>Aplicație practică nr. 2: Polarizarea microundelor.....</i>	<i>31</i>
CAPITOLUL 3. LINII DE TRANSMISIE	41
3.1. Parametrii lineici	41
3.2. Ecuația propagării pe liniile de transmisie	43
3.3. Liniile fără pierderi	45
3.4. Terminarea pe o sarcină oarecare	45
3.5. Cazuri particulare	49
3.6. Linia de transmisie ca element uniport.....	50
3.7. Linia de transmisie ca element diport.....	51
3.8. Diagrama Smith.....	55
3.9. Adaptarea impedanței	64
3.10. Cablul coaxial.....	69

<i>Aplicație practică nr. 3: Diagrama Smith</i>	73
<i>Aplicație practică nr. 4: Adaptarea impedanțelor</i>	83
 CAPITOLUL 4. GHIDURI DE UNDĂ	93
4.1. Introducere.....	93
4.2. Moduri de propagare	96
4.3. Distribuția câmpului.....	104
4.4. Cavități rezonante.....	110
<i>Aplicație practică nr. 5: Raportul de undă staționară</i>	115
<i>Aplicație practică nr. 6: Lungimea de undă și frecvența</i>	121
<i>Aplicație practică nr. 7: Moduri de propagare.....</i>	127
 CAPITOLUL 5. EXERCIȚII.....	137
5.1. Exerciții cu diagrama Smith.....	137
5.2. Teste recapitulative	140
 BIBLIOGRAFIE.....	146
 ANEXE	147
A. Breviar de formule.....	147
B. Răspunsuri la teste	150

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

Primul capitol al acestei cărți cuprinde o scurtă introducere dedicată undelor electromagnetice în general și microundelor în special. Cititorul, respectiv studentul, vor fi capabili să denumească principalele regiuni ale spectrului electromagnetic, precum și proprietățile care le caracterizează. Vor putea de asemenea să enumere principalele aplicații industriale ale diferitelor regiuni spectrale, cu un accent special pus pe aplicațiile microundelor. Deoarece această carte cuprinde și câteva exemple de lucrări practice utile în demonstrarea și fixarea noțiunilor teoretice, finalul acestui capitol va fi dedicat unei scurte prezentări a dispozitivelor de microunde folosite în aceste aplicații.

1.1. Spectrul electromagnetic

Undele electromagnetice sunt oscilații ale câmpurilor electric și magnetic, oscilații care se propagă prin spațiu transportând o anumită cantitate de energie. În Fig. 1.1 se poate observa cum câmpul electric (vectorii $\vec{E}$, $\vec{D}$ verticali) oscilează perpendicular pe câmpul magnetic (vectorii $\vec{H}$, $\vec{B}$ orizontali). În cazul din Fig. 1.1 ambele oscilează perpendicular și pe direcția de propagare $\vec{k}$, caz care corespunde așa numitului mod de propagare transversal electromagnetic. Deși vectorii câmpului electric și magnetic sunt mereu perpendiculari unul pe celălalt, nu este întotdeauna necesar ca ei să fie perpendiculari și pe direcția lor de propagare. O altă mărime de interes reprezentată în Fig. 1.1 este lungimea de undă sau perioada spațială λ . Aceasta corespunde cu distanța spațială, măsurată pe direcția de propagare, între două puncte consecutive ce au aceeași fază. Viteza de deplasare a fazei se numește viteză de fază și se notează cu c .

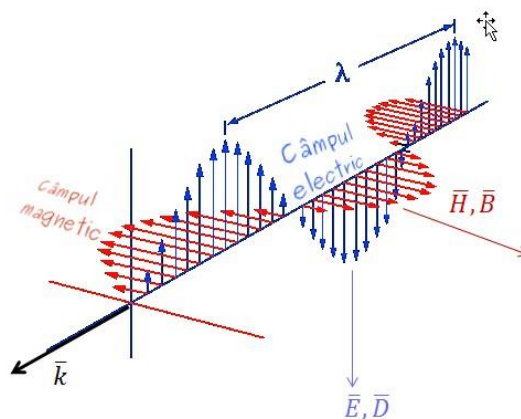


Fig. 1.1. Principalele componente ale unei unde electromagnetice

Pentru a înțelege mai ușor relația simplă dintre lungimea de undă și frecvență, precum și pentru a înțelege ce se întâmplă cu parametrii radiației când unda trece dintr-un mediu în altul, vom apela la analogia simplă din Fig. 1.2. Vom înlocui maximele sinusoidelor

cu mașini care merg cu o viteză constantă c pe o autostradă, toate aflate la o distanță λ una față de cealaltă. Un filtru la poziția zero numără câte mașini se succed după prima mașină într-un interval de timp fixat Δt . Numărul N de mașini divizat la intervalul de timp specificat reprezintă frecvența f a undei.

După cum se poate observa și în Fig. 1.2 distanța D pe care mașinile o pot parcurge în intervalul Δt este egală cu produsul dintre viteza constantă a mașinilor c și intervalul de timp Δt . În funcție de distanța dintre mașini, distanța parcursă de prima dintre ele mai poate fi calculată și ca produs dintre numărul de mașini N și distanța dintre ele λ . Realizând egalitatea dintre cele două formule:

$$D = c \cdot \Delta t = N \cdot \lambda \quad (1)$$

obținem formula de legătură dintre lungimea de undă și frecvență ($f=N/\Delta t$):

$$f \cdot \lambda = c \quad (2)$$

Un alt fenomen care poate fi înțeles mai ușor dacă facem apel la analogia mecanică anterioară este cel de trecere a radiației dintr-un mediu în altul. Să facem un nou exercițiu mental. Să presupunem că șirul de mașini anterioare care circulă cu o viteză constantă c_1 pe o stradă rapidă pătrunde brusc într-o zonă de viteză mai mică c_2 . Ce se întâmplă cu distanța dintre mașini? Dar cu frecvența (definită ca numărul de mașini ce trec în unitatea de timp printr-un nou filtru instalat în a doua regiune)? Ei bine, distanța dintre mașini se reduce proporțional cu reducerea vitezei din a doua regiune, în timp ce frecvența rămâne constantă. La aceleași concluzii ajungem și dacă analizăm radiația care trece dintr-un mediu în care are viteza de fază c_1 într-un mediu în care aceasta are viteza de fază c_2 : frecvența acesteia va rămâne constantă în timp ce lungimea de undă se va modifica proporțional cu viteza:

$$f = \frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} \quad (3)$$

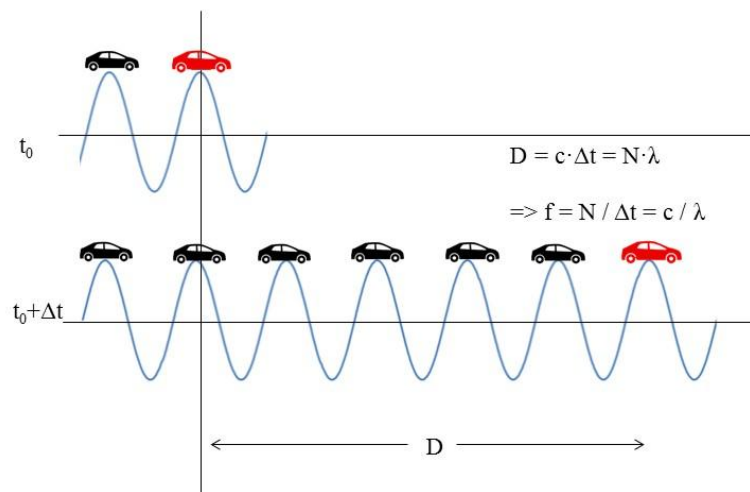


Fig. 1.2. Analogie mecanică simplă dintre propagarea radiației și circulația mașinilor

Spectrul electromagnetic este format din toate tipurile de unde electromagnetice, indiferent de frecvență. Acesta poate fi însă împărțit pe domenii spectrale, fiecare domeniu având anumite proprietăți caracteristice particulare, pe lângă cele generale ale undelor electromagnetice (Fig. 1.3).

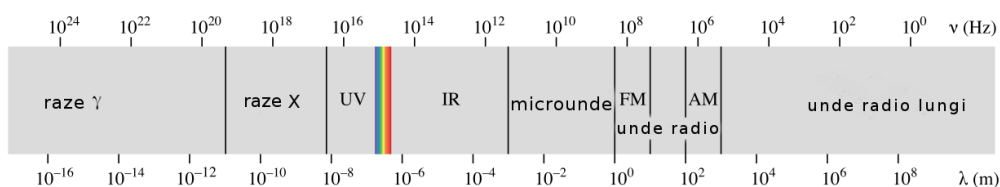


Fig. 1.3. Domeniile spectrului electromagnetic

Se poate observa în Fig. 1.3 că, pornind de la frecvențele joase (lungimi de undă mari) spre frecvențe înalte (lungimi mici de undă), domeniile spectrale poartă următoarele nume:

- unde radio lungi / frecvențe radio scurte (LF, VLF, ULF, ELF): $\lambda_0 > 1000m$; $f_0 < 300kHz$
- unde radio medii / frecvențe radio medii (MF): $\lambda_0 \in (100m, 1km)$; $f_0 \in (300kHz, 3MHz)$
- unde radio scurte / frecvențe înalte (HF, VHF): $\lambda_0 \in (1m, 100m)$; $f_0 \in (3MHz, 300MHz)$
- microunde: $\lambda_0 \in (1mm, 1m)$; $f_0 \in (300MHz, 300GHz)$
- infraroșu: $\lambda_0 \in (700nm, 1mm)$; $f_0 \in (300GHz, 430THz)$
- vizibil: $\lambda_0 \in (400nm, 700nm)$; $f_0 \in (430THz, 750THz)$
- ultraviolet: $\lambda_0 \in (10nm, 400nm)$; $f_0 \in (750THz, 30PHz)$
- raze X: $\lambda_0 \in (10fm, 10nm)$; $f_0 \in (30PHz, 30EHz)$
- raze γ : $\lambda_0 < 10fm$; $f_0 > 30EHz$

În vidul absolut, unde nu există obstacole și mediul de propagare nu are nicio influență, toate undele electromagnetice se supun acelorași legi și au aceleași proprietăți. Diferențele dintre diferitele domenii spectrale apar atunci fie când acestea întâlnesc obstacole, fie din cauza influenței mediilor de propagare. Deci diferențele între proprietățile radiațiilor rezultă din diferențe în modul în care acestea interacționează cu obiectele înconjurătoare, mediile de propagare, sursele lor de emisie sau detectorii folosiți la recepție.

De exemplu, undele cu lungime de undă mare (unde radio) se împrăștie atunci când întâlnesc obstacole, deoarece lungimea lor de undă este mai mare decât dimensiunile acestora, în timp ce undele cu lungime de undă mică (microunde, infraroșu, vizibil) nu ajung la obiectele ascunse de obstacole, tocmai datorită dimensiunii mici a lungimii lor de undă comparativ cu obstacolele întâlnite.

Pot fi date foarte multe exemple în acest sens. Practic chiar și în interiorul unui singur domeniu spectral pot exista diferențe semnificative în modul în care interacționează radiația cu materia, în funcție de frecvențele de rezonanță ale moleculelor din care este alcătuită materia. De exemplu, undele radio scurte cu frecvențe până în 20MHz sunt reflectate de ionosferă și se întorc spre Pământ, în timp ce cele cu frecvență apropiată de 100MHz trec de aceasta și se răspândesc în spațiul cosmic. Acesta este motivul pentru care posturile de radio care folosesc modulația în amplitudine (AM) și sunt tradițional poziționate la frecvențe mai mici pot fi recepționate uneori și în văile munților, în locuri unde nu poate exista o propagare directă (de tip „*line of sight*”) de la sursa radio.

Înainte de a trece la a discuta mai în amănunt despre microunde, subiectul de bază al acestei cărți, putem vedea în Fig. 1.4 și Fig. 1.5 câteva aplicații mai importante ale domeniilor spectrale vecine cu microundele. Se poate observa în Fig. 1.4 cum undele radio

scurte (undele electromagnetice cu lungime de undă imediat mai mare ca a microundelor) sunt folosite pentru transmisia unidirecțională de semnale audio de la posturile de radio către populație sau pentru comunicarea audio bidirecțională pe distanțe scurte (walkie-talkie). Undele radio mai lungi (cu lungimea de undă de ordinul kilometrilor) sunt folosite pentru transmisia semnalelor audio prin fire de cupru (telefonie fixă) sau a energiei electrice către consumatori.



Fig. 1.4. Aplicații ale undelor radio lungi și scurte: a. transportul energiei electrice, b. telefonie fixă, c. walkie-talkie-ul, d. radioul

În cealaltă direcție, către frecvențe mai mari față de microunde, se situează domeniul spectral al infraroșii, ale căror câteva aplicații principale se pot vedea în Fig. 1.5.

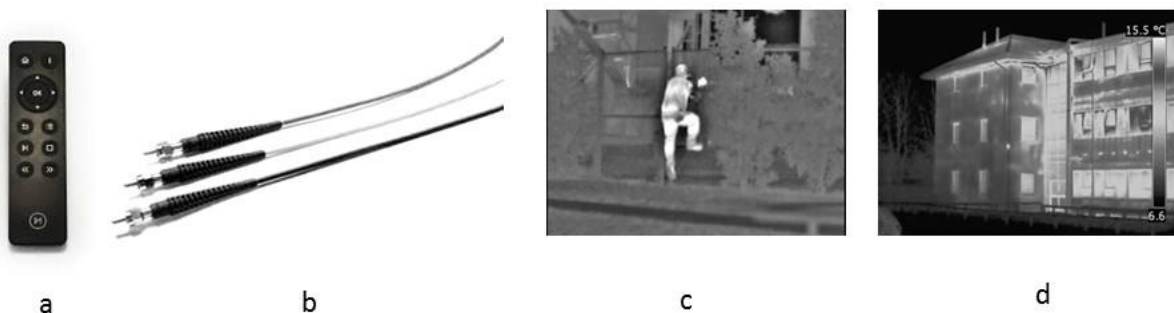


Fig. 1.5. Aplicații ale undelor infraroșii: a. telecomanda, b. comunicațiile optice, c. sistemele de alarmă, d. harta termică a clădirilor

1.2. Microundele

Microundele sunt undele electromagnetice ale căror frecvențe sunt cuprinse între 300MHz și 300GHz. Din punctul de vedere al lungimilor de undă în vid, pentru domeniul microundelor acestea sunt cuprinse între 1mm și 1m. Din punctul de vedere al propagării prin mediul înconjurător, caracteristicile microundelor sunt mai asemănătoare cu cele ale undelor infraroșii decât cu cele ale undelor radio. Mai precis, pentru a recepționa semnalul transmis prin această tehnologie, receptorul trebuie să se situeze în câmpul vizual al emițătorului, deoarece microundele nu se difractă în jurul dealurilor, nu se reflectă prin ionosferă și nici nu urmăresc curbura terestră. Aceasta înseamnă că telecomunicațiile terestre bazate pe microunde sunt limitate ca distanță. Ceea ce le dezavantajează în comunicațiile terestre le face ideale în comunicațiile cu sateliții. Prin urmare, aceasta este una din principalele lor aplicații (Fig. 1.6-d). Pe lângă avantajul că nu sunt reflectate de straturile superioare ale atmosferei, microundele au și avantajul că pot transporta mai multă informație decât undele radio, din moment ce debitul de informație este proporțional cu

frecvența purtătoare. Una din principalele frecvențe de rezonanță ale moleculelor polare de apă este în domeniul microundelor, și anume 2,45GHz (12,2cm). Aceasta face ca microundele să poată fi folosite și la încălzirea mâncării (Fig. 1.6-c). Microundele pot fi folosite și la comunicațiile locale de distanță mică (Fig. 1.6-b: tehnologia Wi-Fi). Pentru că sunt reflectate de suprafețe metalice ele pot fi folosite și în teledetecția radar (Fig. 1.6-a).



Fig. 1.6. Aplicații ale microundelor: a. radarul, b. comunicațiile wireless, c. cuptorul, d. comunicațiile cu sateliții

Alte aplicații speciale ale microundelor pot fi întâlnite în medicină, precum diatermia (încălzirea țesuturilor în câmp de înaltă frecvență), diagnosticul cu microunde și terapia („acupunctura”) cu microunde.

S-au creat chiar și arme non-letale pe baza microundelor, precum așa-zisul “active denial system” care funcționează prin încălzirea puternică a pielii la suprafața de contact cu radiația. Cei care au experimentat această armă descriu senzația insuportabilă de căldură pe care o resimt chiar și la o distanță de cateva sute de metri de sursa de radiație.

Tabel 1.1. Benzile de frecvență IEEE

Banda	Frecvente	Lungime de unda	Aplicatii
UHF	0.3 – 1 GHz	30 cm – 1 m	Televiziune, radioamatori
L	1-2GHz	15cm-30cm	Telemetrie militara, GPS, telefonie mobila, radio amatori
S	2-4 GHz	7.5cm-15cm	Radar meteo si o parte din satelatii de comunicatii, cuptoare cu microunde, astronomie radio, telefonie mobila, wireless LAN, Bluetooth, GPS, radio amatori
C	4-8 GHz	3.75cm-7.5cm	Telecomunicatii
X	8-12 GHz	25mm-37.5mm	Sateliti de comunicatii, radar, transmisii terestre de date, transmisii de date in spatiu, radio amatori, detectori de miscare
Ku	12-18 GHz	16.7mm-25mm	Sateliti de comunicatii
Ku	18-26.5 GHz	11.3mm-16.7mm	Radar, sateliti de comunicatii, astronomie, senzori pentru masini

Programul DSN (Deep Space Network) realizat de NASA asigură comunicațiile prin microunde între sonde spațiale îndepărtate precum Voyager 1, Voyager 2 și stațiile de emisie - recepție aflate pe Pământ. Amplasamentele antenelor terestre sunt decalate la 120 de grade longitudine una față de cealaltă pentru a permite un flux de comunicații continuu cu o navă sau sondă spațială.

Precum domeniul spectral al undelor radio descris anterior, și domeniul microundelor a fost împărțit în diferite benzi de frecvențe, în funcție de caracteristicile de propagare și aplicații. Tabelul 1.1 oferă un rezumat al acestor benzi de frecvență precum și a aplicațiilor cărora le sunt alocate.

1.3. Dispozitive și circuite de microunde

Pentru că această carte cuprinde și câteva aplicații bazate pe microunde, vom face în această secțiune o scurtă trecere în revistă a dispozitivelor cele mai utile în experimentele viitoare. Vom începe cu sursa de microunde, cea care în telecomunicații e responsabilă cu generarea unei purtătoare și care în experimentele noastre are la bază o diodă Gunn (Fig. 1.7).

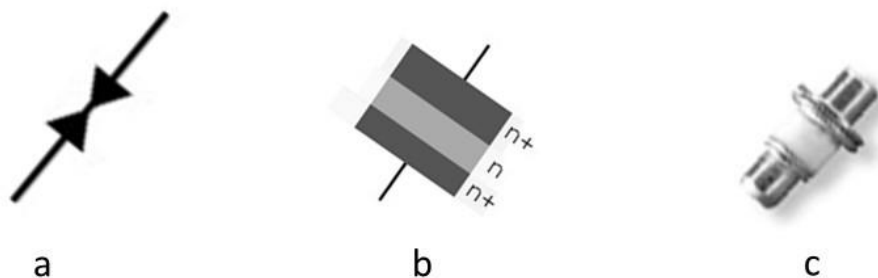


Fig. 1.7. Dioda Gunn: a. simbol, b. structură, c. fotografie

Un alt dispozitiv activ important este modulatorul, cel care este responsabil cu „scrierea” pe purtătoare a semnalului util. În cazul nostru, pentru că modulația va fi realizată în amplitudine, vom utiliza o diodă PIN (Fig. 1.8). Variația tensiunii de la bornele diodei PIN va reprezenta informația utilă. Dioda PIN poate fi privită în acest punct ca o supapă care se deschide sau se închide în funcție de tensiunea aplicată pe ea. Fluctuația tensiunii la bornele diodei va genera o fluctuație a coeficientului de absorbție a radiației incidente pe diodă, care la rândul său se va traduce într-o fluctuație a radiației care poate trece de diodă mai departe prin ghidul de undă.

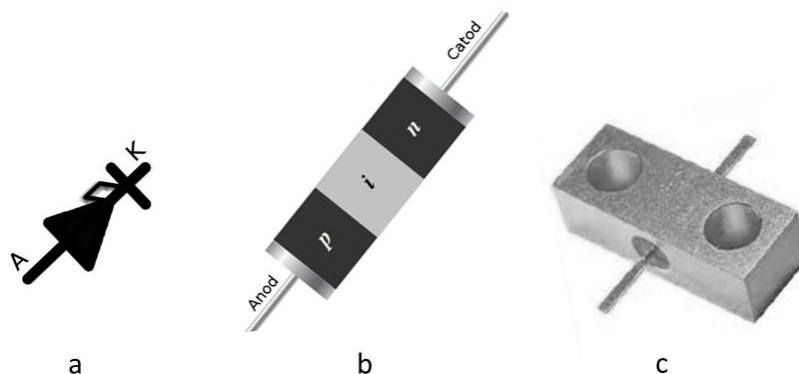


Fig. 1.8. Dioda PIN: a. simbol, b. structură, c. fotografie

În sfârșit, un alt dispozitiv activ de importanță majoră, fără de care nu putem avea un sistem de telecomunicații complet, este detectorul. În cazul circuitelor prezentate în această lucrare, detectorul va avea la bază o diodă Schottky (Fig. 1.9). Acest dispozitiv este responsabil cu citirea informației utile de pe purtătoare. Face acest lucru prin generarea unei tensiuni la bornele sale, proporțională cu amplitudinea purtătoarei. Deoarece amplitudinea purtătoarei este proporțională la rândul ei cu tensiunea aplicată pe modulator, rezultă că în acest punct trebuie să regăsim semnalul aplicat modulatorului. Dacă purtătoarea poate circula fără pierderi, citirea se poate face la o distanță oricât de mare de generator sau modulator.

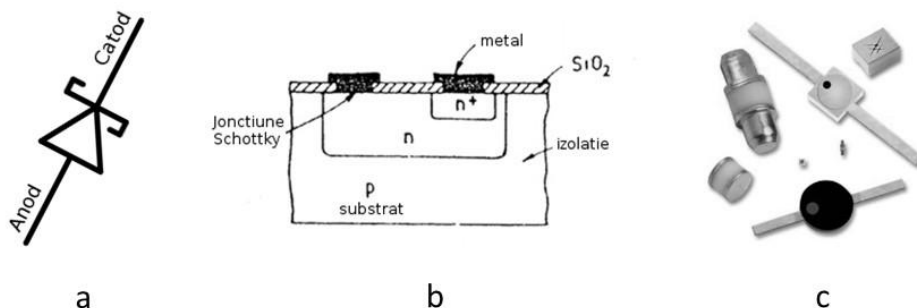


Fig. 1.9. Dioda Schottky: a. simbol, b. structură, c. fotografie

Pentru a avea pierderi cât mai mici și o poluare electromagnetică redusă, majoritatea experimentelor descrise în acest laborator se vor realiza în interiorul ghidurilor metalice de undă. Aceasta înseamnă că și diodele descrise anterior vor fi în general ascunse în interiorul țevilor metalice. Putine experimente vor implica și propagarea neîngrijită a microundelor prin aer, precum de exemplu în montajul din Fig. 1.10. Diodele prezentate în această secțiune sunt ascunse în dispozitivele nr. 1, 3, respectiv 6 ale montajului din Fig. 1.10. Celelalte componente ale montajului reprezintă componente pasive de microunde, cu rol fie în atenuarea (componenta nr. 2), fie în ghidarea undelor (componenta nr. 7). Tot din Fig. 1.10 se mai poate observa că tensiunea de alimentare și semnalul util sunt generate de către o sursă de tensiune și semnal de tip Hameg (componenta nr. 4) iar citirea semnalului detectat de către dioda Schottky poate fi făcută cu ajutorul unui osciloscop (componenta nr. 5).

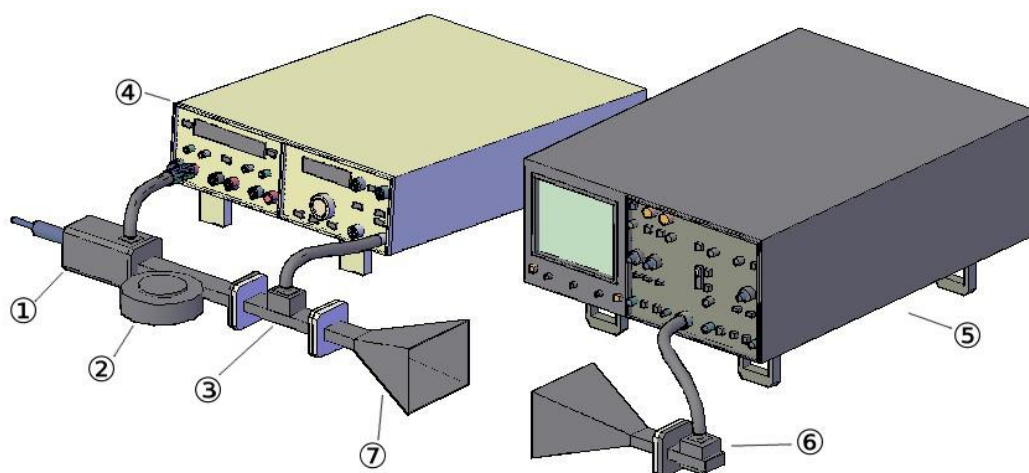


Fig. 1.10. Exemplu de circuit de microunde: 1 – oscilator Gunn, 2 – atenuator variabil, 3 – modulator PIN, 4 – sursă de tensiune și semnal, 5 – osciloscop, 6 – detector, 7 – antenă Horn

În fotografiile din Fig. 1.11 sunt prezentate câteva componente pasive ce vor fi folosite în aplicațiile experimentale din această carte. În partea stângă superioară a acestei figuri putem vedea un ghid de undă obișnuit, cu rol doar în ghidarea radiației după axa de propagare. Tot în partea stângă putem vedea și o placă metalică cu rol în reflexia radiației. Această placă se comportă pentru circuitele de microunde precum un scurt în circuitele electrice. De fapt orice metal trecut prin dreptul circuitului de microunde poate acționa precum un scurt, generând o undă reflectată care poate arde generatorul. De aceea este recomandată folosirea, în circuitelor de microunde, a unui atenuator (componenta 2 din Fig. 1.10).



Fig. 1.11. Exemple de componente pasive ale kitului AT3000 folosit în lucrările practice ale acestei cărți

Experimentele practice prezentate în această lucrare au la bază doar tehnologia ghidurilor metalice de undă, tehnologie descrisă în amănunt în capitolul 4. Această tehnologie se diferențiază prin existența unui singur conductor care să ghideze propagarea radiației. Se pot însă realiza circuite de microunde și în alte tehnologii care să folosească cel puțin doi conductori pentru propagarea radiației, mai asemănătoare cu circuitele electrice clasice. Această abordare va fi descrisă în amănunt în capitolul 3. În următorul capitol va fi descris cazul cel mai simplu, cel al propagării radiației prin spațiul liber. Pentru a realiza emisia radiației din ghid în spațiul liber, dar și pentru a o capta radiația din nou în ghid, vom folosi antene de tip Horn (componenta din dreapta a Fig. 1.11).

CAPITOLUL 2

TEORIA CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC

În acest capitol se vor discuta doar aspectele fundamentale ale teoriei câmpului electromagnetic dezvoltată de Maxwell în secolul XIX, axându-se pe noțiunile care ne vor trebui în capitolele viitoare. Alături de prezentarea ecuațiilor Maxwell, vor mai fi discutate aspecte precum ecuația undelor, condițiile la frontiera de trecere dintre două medii, precum și polarizarea undelor. Pentru ilustrarea acestor noțiuni ne vom folosi de cazul idealizat al unei unde plane, aceasta fiind cea mai simplă – din punct de vedere matematic – formă de propagare a câmpului electromagnetic.

2.1. Ecuațiile lui Maxwell

Binecunoscutele ecuații ale lui Maxwell, așa cum sunt scrise în prezent datorită matematicianului autodidact Oliver Heaviside, apar de obicei sub forma lor locală:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{D} &= \rho_v \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}\tag{1}$$

Operatorul ∇ (nabla) este un vector ce are următoarele componente pe axe:

$$\nabla = \vec{i} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial z}\tag{2}$$

În funcție de tipul operației care urmează după el, acest operator poate avea trei semnificații fizice diferite: gradientul unui scalar (atunci când după el urmează un scalar), divergența unui vector (atunci când acest operator este înmulțit scalar cu un alt vector) și rotorul unui vector (în urma produsului vectorial al lui ∇ cu cel de-al doilea vector). Ceilalți 5 vectori care apar în ecuațiile lui Maxwell (1) reprezintă pe rând: E – intensitatea câmpului electric, H – intensitatea câmpului magnetic, D – inducția câmpului electric, B – inducția câmpului magnetic și J – densitatea curentului electric. Cele două ecuații care leagă vectorii inducție de vectorii intensitate sunt următoarele:

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \vec{E}\tag{3}$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \cdot \vec{H}\tag{4}$$

În ecuațiile (3) și (4) $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m este permeabilitatea magnetică a vidului iar $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m este permitivitatea dielectrică a vidului.

În ciuda asemănărilor și a legăturilor strânse dintre forța electrică și cea magnetică, ecuațiile lui Maxwell (1) nu sunt simetrice. Această lipsă de simetrie nu este întâmplătoare. Se datorează lipsei dovezilor experimentale cu privire la existența sarcinilor magnetice. Un monopol magnetic (sau o sarcină magnetică) ar fi o particulă ce prezintă un singur pol magnetic și care se poate mișca liber prin spațiu fără să fie atașată unei sarcini magnetice de pol opus. Toate fenomenele legate de magnetism observate până în prezent însă sunt datorate doar sarcinilor electrice aflate în mișcare. Aceasta nu înseamnă că existența monopolului magnetic nu este posibilă. Din contră, foarte multe lucrări teoretice anticipează existența acestuia. Dacă fizica secolului XXI va fi capabilă să descopere măcar un monopol magnetic, atunci ecuațiile lui Maxwell ar deveni perfect simetrice. Pentru că un set simetric de ecuații este mai didactic și mai ușor de înțeles, o să facem în continuare expunerea acestor ecuații în forma lor completă, urmând să particularizăm fiecare ecuație pentru cazul inexistenței (până la proba contrarie) a monopolului magnetic.

Să începem așadar cu prima dintre cele patru ecuații ale lui Maxwell (5) supranumită și legea lui Gauss. Semnificația fizică a acesteia este intuitivă dacă privim produsul vectorial al operatorului ∇ cu un vector drept divergență a acelui vector într-un punct (sau dintr-un punct).

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{E,v} \quad (5)$$

Privind Fig. 2.1 se poate observa că divergența are semnificația intuitivă de “izvor” de flux vectorial, fiind nenulă în punctele de origine ale acelui vector și nulă în rest. Putem avea de-a face și cu o divergență negativă, caz în care vectorul analizat pare că intră în punctul în care se calculează divergența. Datorită principiului superpoziției, se poate ca vectorul rezultat într-un punct să fie o sumă vectorială a mai multor vectori de origini diferite (Fig. 2.1.d). În acest caz valoarea divergenței vectorului rezultat este egală doar cu valoarea divergenței vectorului care își are originea în acel punct, indiferent de amplitudinea celorlalți vectori din suma vectorială.

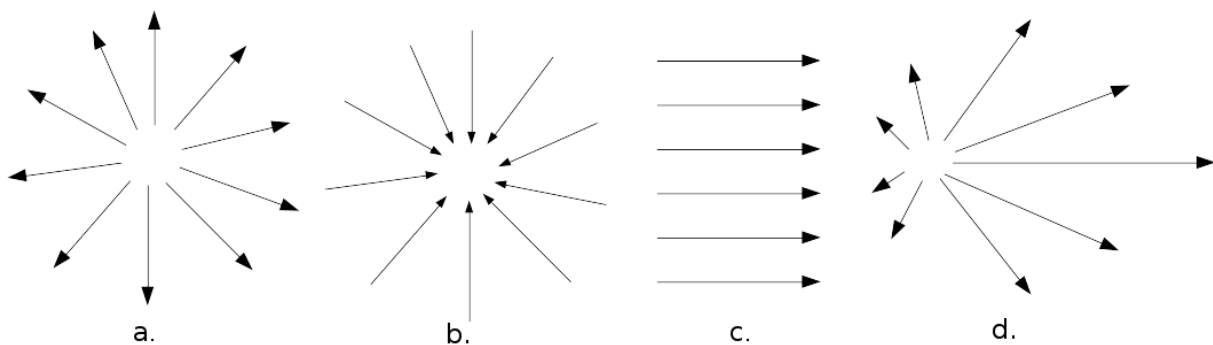


Fig. 2.1. Diferite tipuri de divergență a unui vector: a. pozitivă; b. negativă (convergență); c. nulă; d. pozitivă

O altă observație care trebuie făcută aici este că vectorul inducției electrice în jurul unui punct de divergență nenulă este generat izotrop (omogen în toate direcțiile în jurul acelui punct de divergență). Atunci când avem mai multe puncte – surse de câmp electric – prin interferența liniilor de câmp generate de fiecare punct în parte apare anizotropia în structura câmpului electric. De exemplu, un plan infinit încărcat omogen cu sarcină electrică

va crea un câmp electric perpendicular pe acel plan, rezultat din însumarea vectorială a tuturor câmpurilor generate de fiecare sarcină de suprafață luată separat. Câmpurile infinitesimale generate de fiecare sarcină de suprafață sunt izotrope, însă câmpul rezultat este direcționat după o direcție favorită.

Am stabilit așadar ce înseamnă intuitiv partea stângă a ecuației (5). Termenul din partea dreaptă ($\rho_{e,v}$) este densitatea volumică de sarcină electrică. Am adăugat față de notația din formula (1) și indicele “E” la densitatea volumică ρ_v pentru a diferenția acum această mărime de densitatea volumică de sarcină magnetică (ipotetică!!) pe care o vom așeza în partea dreaptă a ecuației (6):

$$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_{M,v} \quad (6)$$

Chiar dacă ar exista sarcină magnetică în Univers, cu siguranță aceasta ar fi o apariție extrem de rară, deoarece niciun experiment nu a reușit să o pună în evidență până în prezent. Prin urmare, pentru toate scopurile practice și pentru toate ecuațiile viitoare din prezentul curs, vom face înlocuirea $\rho_{M,v} = 0$. Rescriind acum ecuația (6), obținem formula clasică prezentată la începutul acestui capitol.

Existența ipotetică a sarcinii magnetice ar avea și alte repercusiuni, nu doar cele care derivă din ecuația (6). Așa cum deplasarea de sarcină electrică generează un curent electric, așa și deplasarea unei sarcini magnetice ar genera un curent magnetic. Să notăm densitatea de suprafață a acestui curent cu J_M . În acest caz, a treia ecuație a lui Maxwell (supranumită și legea lui Faraday) s-ar scrie precum în ecuația de mai jos:

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{J}_M \quad (7)$$

Revenind, J_M este un termen fictiv, care se bazează pe existența monopolilor magnetici în mișcare. Din această cauză ecuația (7) este scrisă precum în forma enunțată de ecuația (1), ignorându-se așadar termenul J_M . Partea stângă a ecuației (7), reprezentată de rotorul vectorului E, poate fi înțeleasă intuitiv dacă se face apel la noțiunea de moment al vectorului.

Spre deosebire de cazul monopolilor magnetici, existența reală a sarcinilor electrice și deci a unui curent electric face ca în a patra ecuație a lui Maxwell (supranumită legea lui Ampère) să avem doi termeni reali în partea dreaptă a ecuației.

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{+\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_E \quad (8)$$

2.2. Condiții la frontieră

Condițiile la frontieră se referă la relațiile care leagă componentele câmpurilor electric și magnetic de o parte și de alta a interfeței ce separă două medii diferite. Pentru aflarea acestor condiții, să luăm pentru început cazul unei interfețe dintre două medii oarecare (Fig. 2.2). Considerăm cazul general al ecuațiilor Maxwell simetrice și vom considera pentru început existența pe suprafața de separație atât a unei densități superficiale de sarcini electrice $\rho_{E,s}$ și a unei densități a curentului electric de suprafață $J_{E,s}$, precum și a unei densități superficiale de sarcini magnetice $\rho_{M,s}$ și a unei densități de curent magnetic de

suprafață $J_{M,s}$. Considerând așadar cazul simetric al ecuațiilor Maxwell, obținem următoarele condiții la frontieră:

$$\begin{aligned}\vec{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) &= \rho_{E,s} \\ \vec{n}(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= \rho_{M,s} \\ \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= -\vec{J}_{M,s} \\ \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) &= +\vec{J}_{E,s}\end{aligned}\quad (9)$$

Tinând cont de inexistența sarcinilor magnetice ($\rho_{M,s} = 0$ și $J_{M,s} = 0$) putem rescrie ecuațiile de mai sus:

$$\begin{aligned}\vec{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) &= \rho_{E,s} \\ \vec{n}(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0 \\ \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= 0 \\ \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) &= +\vec{J}_{E,s}\end{aligned}\quad (10)$$

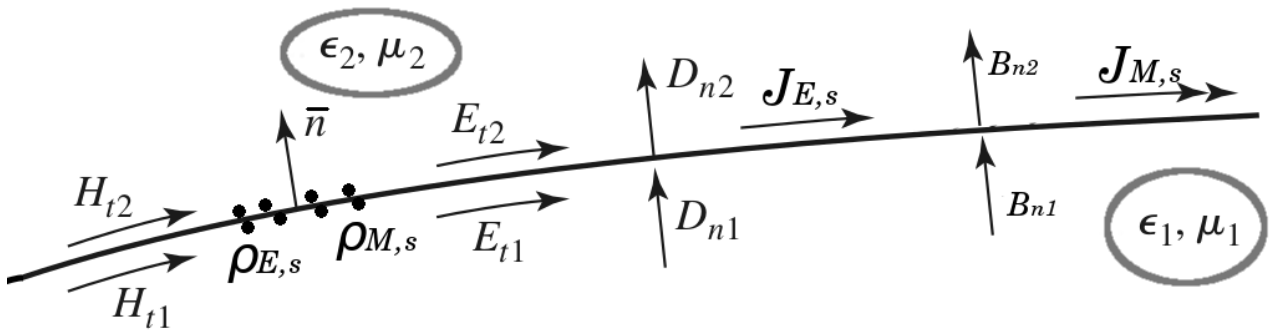


Fig. 2.2. Reprezentarea diferiților vectori la suprafața de separație dintre două medii oarecare

2.2.1. Condițiile de trecere la interfața dintre doi dielectrici

Pentru cazul unui dielectric ideal neîncărcat electrostatic, curentul electric și sarcina electrică sunt zero la suprafața de separație, iar ecuațiile (10) devin:

$$\begin{aligned}\vec{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) &= 0 \\ \vec{n}(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0 \\ \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= 0 \\ \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) &= 0\end{aligned}\quad (11)$$

Din ecuațiile (11) putem așadar trage concluzia că la interfața de separație dintre doi dielectrici componentele normale la suprafață ale vectorilor inducție electrică și magnetică sunt continue. Același lucru poate fi spus și despre componentele tangențiale ale vectorilor de intensitate ale celor două câmpuri.

2.2.2. Condițiile de trecere la interfața dintre un dielectric și un conductor

Intr-un conductor ideal, sarcinile au o mobilitate infinită și se redistribuie imediat sub influența câmpurilor de la suprafață pentru a compensa valoarea acestora în interiorul conductorului. Din această cauză toate componentele câmpurilor electric și magnetic în mediul metalic (să presupunem că mediul metalic este notat cu indicele 1) vor fi nule, iar ecuațiile (10) se simplifică și mai mult:

$$\begin{aligned}\vec{n} \cdot \vec{D}_2 &= \rho_{E,s} \\ \vec{n} \cdot \vec{B}_2 &= 0 \\ \vec{n} \times \vec{E}_2 &= 0 \\ \vec{n} \times \vec{H}_2 &= +\vec{J}_{E,s}\end{aligned}\tag{12}$$

Se observă din ecuațiile (12) că la interfața dintre un dielectric și un metal componenta tangențială a vectorului intensitate a câmpului electric este nulă. Acesta este un rezultat foarte important pentru calcularea modurilor de propagare a radiației electromagnetice în ghidurile de undă, care sunt practic compuse dintr-un canal dielectric împrejmuit de o suprafață metalică. Dar mai multe despre acestea într-un curs viitor.

2.3. Ecuația undei plane

Am observat în secțiunea precedentă cum un câmp electric variabil ($\delta D/\delta t$) creează un câmp magnetic ($\nabla \times H$), iar un câmp magnetic variabil ($\delta B/\delta t$) dă naștere la rândul lui la un câmp electric ($\nabla \times E$). În acest fel are loc autoîntreținerea oscilațiilor electromagnetice și propagarea lor în spațiu sub forma așa-ziselor unde electromagnetice. Pentru a afla ecuația undei rezultate, vom scrie ambele câmpuri sub formă fazorială (folosindu-ne de scrierea cu numere complexe și de formula lui Euler). Pentru simplificare, presupunem că antena de emisie va emite pe o singură frecvență. Oscilațiile armonice ale electronilor în antena de emisie vor crea așadar în jurul lor un câmp electric ce va oscila cu aceeași frecvență, alături de un câmp magnetic asociat, de frecvență identică. Putem scrie această oscilație armonică sub formă fazorială:

$$\vec{E} = \vec{E}' \cdot e^{j\omega t}\tag{13}$$

$$\vec{H} = \vec{H}' \cdot e^{j\omega t}\tag{14}$$

unde vectorii E' și H' reprezintă amplitudinile câmpurilor electric și magnetic, adică partea care rămâne dacă nu mai ținem cont de dependența temporală a acestor vectori.

Vectorii inducție pot fi scriși într-un mod identic cu vectorii intensitate. Introducând ecuațiile (13) și (14), precum și ecuațiile (3) și (4) în sistemul de ecuații (1) și considerând mediul de propagare ca fiind un dielectric perfect ($J_E=0$) obținem următoarea formă pentru ecuațiile lui Maxwell:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= +j\omega\epsilon\vec{E}\end{aligned}\tag{15}$$

Rezolvăm sistemul de ecuații (15) în funcție de E :

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -j\omega\mu\nabla \times \vec{H} = \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} \quad (16)$$

Ținem cont de formula produsului vectorial a lui Lagrange:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) \quad (17)$$

Rescriem ecuația (16) aplicând regula din ecuația (17):

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\nabla \cdot \nabla) \quad (18)$$

Considerăm de asemenea că nu există alte surse ale câmpului electromagnetic în afara antenei care generează oscilația armonică. De aceea, din prima ecuație (1), putem scrie $\nabla \cdot \vec{E} = 0$. Rezultă ecuația undei (sau ecuația Helmholtz), scrisă din punctul de vedere al câmpului electric:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = 0 \quad (19)$$

Putem scrie o ecuație analoagă și din punctul de vedere al câmpului magnetic:

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = 0 \quad (20)$$

Putem particulariza acum ecuația generală a undei (19) pentru cazul unei unde plane. O undă plană este o undă pentru care frontul său de undă (locul geometric al tuturor punctelor pentru care radiația electromagnetică a ajuns în același moment de timp) este un plan. Alegem sistemul de coordonate în așa fel încât planul xOy să fie paralel cu fronturile de undă. Pentru că toate punctele unui front de undă sunt în fază, rezultă că nu există variație a intensității câmpului electric de-a lungul planurilor xOy (rezultă $\delta/\delta x = 0$ și $\delta/\delta y = 0$). Singura coordonată de-a lungul căreia câmpul electric (și magnetic) variază la un moment dat poate fi doar axa z, care este așadar axa de propagare a câmpului electromagnetic. Ecuația undei se scrie în acest caz precum în ecuația (22), care este ecuația undei plane:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = 0 \quad (21)$$

2.3.1. Unde plane în medii fără pierderi

Putem particulariza și mai mult ecuația (21) dacă unda electromagnetică se propagă într-un mediu fără pierderi, fiindcă în acest caz μ și ε sunt numere reale, iar produsul $\omega^2\varepsilon\mu$ un număr real pozitiv. Ținând cont că radiația analizată are o singură frecvență și presupunând mediul uniform și izotrop, factorul $\omega^2\varepsilon\mu$ va fi notat cu k^2 și este o constantă reală pozitivă ce caracterizează propagarea radiației de frecvență $f = \omega/(2\pi)$ prin mediul de permitivitate ε și permeabilitate μ . Constanta k este întâlnită în literatura de specialitate sub denumirea de *număr de undă*, *constantă de fază* sau *constantă de propagare reală*:

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (22)$$

Știm că ambele câmpuri (electric și magnetic) se află în planul xOy. Putem alege sistemul de coordonate în așa fel încât axa Ox să coincidă cu direcția vectorului câmp electric ($\vec{E} = E_x \cdot \vec{e}_x$). Ecuația (22) devine:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x + \omega^2 \mu \epsilon E_x = 0 \quad (23)$$

Soluțiile acestei ecuații diferențiale sunt de forma:

$$E_x(z) = E^+ e^{-jkz} + E^- e^{+jkz} \quad (24)$$

unde E^+ și E^- sunt amplitudinile dependente de timp ale undei directe, respectiv inverse.

Dacă ne reamintim că E depinde nu doar de poziție, ci și de timp conform ecuației (13), putem scrie unda plană drept:

$$E_x(z, t) = E_0^+ e^{j(\omega t - kz)} + E_0^- e^{j(\omega t + kz)} \quad (25)$$

unde E_0^+ și E_0^- sunt amplitudinile independente de timp ale undei directe, respectiv inverse.

Pentru a face trecerea de la scrierea fazorială la cea reală, trebuie făcută proiecția ecuației (25) pe axa reală a sistemului de coordonate fazorial:

$$E_x(z, t) = E_0^+ \cos(\omega t - kz) + E_0^- \cos(\omega t + kz) \quad (26)$$

Scrierea soluției ecuației undeii plane sub forma (26) ne face acum să înțelegem de ce am denumit pe E_0^+ drept amplitudinea undeii directe. Se observă că pentru a menține constantă faza undeii, trebuie să ne deplasăm de-a lungul axei z pe măsura trecerii timpului, în așa fel încât diferența $\omega t - kz$ să rămână constantă. Viteza de deplasare de-a lungul axei z a unui front de undă se numește viteză de fază și are valoarea:

$$v_\phi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu} \epsilon} \quad (27)$$

În vid viteza de fază a radiației electromagnetice este egală cu:

$$v_{\phi,0} = \frac{1}{\sqrt{\mu} \epsilon} \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (28)$$

Recunoaștem din ecuația (28) constanta vitezei luminii în vid. Putem de aceea nota de aici înainte viteza de fază a radiației electromagnetice cu litera c , iar viteza de fază în vid cu c_0 . Lungimea de undă este distanța (pe axa z) între două puncte consecutive care au o diferență de fază de 2π la un anumit moment de timp.

$$\begin{aligned} (\omega t - kz) - [\omega t - k(z + \lambda)] &= 2\pi \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} = \frac{c}{f} \end{aligned} \quad (29)$$

Dacă am fi rezolvat ecuația undeii din punctul de vedere al undeii magnetice, am fi obținut un rezultat identic cu (26) și pentru unda magnetică:

$$H(z, t) = H_0^+ \cos(\omega t - kz) + H_0^- \cos(\omega t + kz) \quad (30)$$

Se observă că din ecuația (30) lipsește indicele x la componenta câmpului magnetic. Aceasta pentru că mai devreme am ales axele de coordonate pentru ca axa x să coincidă cu direcția câmpului electric. Pentru a vedea care este orientarea câmpului magnetic în condițiile acestea, vom calcula rotorul vectorului E din prima ecuație (15):

$$\frac{\vec{e}_y \cdot \partial E_x}{\partial z} = -j\omega \mu \vec{H} \quad (31)$$

Se observă din ecuația (31) că vectorul intensitate a câmpului magnetic are în acest caz o singură componentă, cea de pe axa y ($H=H_y \cdot e_y$). Calculând derivata din ecuația (31) folosindu-ne de forma câmpului electric din ecuația (25), obținem:

$$\begin{aligned} H_y(z, t) &= \frac{j}{\omega \mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{k}{\omega \mu} [E_0^+ e^{j(\omega t - kz)} - E_0^- e^{j(\omega t + kz)}] \\ &= \frac{1}{Z_d} [E_0^+ e^{j(\omega t - kz)} - E_0^- e^{j(\omega t + kz)}] \end{aligned} \quad (32)$$

În ecuația (32) am introdus mărimea Z_d , numită impedanța intrinsecă a mediului de propagare:

$$Z_d = \frac{\omega \mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (33)$$

Pentru vid, valoarea lui Z_d este egală cu:

$$Z_{d0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega \quad (33')$$

Se observă că raportul undelor E și H are dimensiunile unei impedanțe (Ω), numită impedanța undei:

$$Z_U = \frac{E_0^+}{H_0^+} \quad (33'')$$

Pentru o undă plană, impedanța undei este egală cu impedanța intrinsecă a mediului. Tot pentru o undă plană, vectorii E și H sunt perpendiculari între ei și perpendiculari pe direcția de propagare.

2.3.2. Unde plane în medii cu pierderi

Să considerăm acum cazul unui mediu cu pierderi. Pierderile au ca și cauză faptul că niciun mediu nu este dielectric perfect, de unde aproximația ($J_E=0$) folosită pentru obținerea formulei (15) nu se justifică în toate cazurile. În mediile reale, în care conductivitatea dielectricului σ este diferită de zero, va apărea întotdeauna un curent generat de câmpul electric și direct proporțional cu acesta. Densitatea curentului astfel generat (J_E) este legată de intensitatea câmpului electric prin formula:

$$\vec{J}_E = \sigma \cdot \vec{E} \quad (34)$$

Rescriem așadar sistemul (15) ținând cont și de densitatea de curent electric:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} \\ \nabla \times \vec{H} &= +j\omega\epsilon\vec{E} + \sigma \cdot \vec{E} \end{aligned} \quad (35)$$

Obținem o formă mai complexă a ecuației undei (21):

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E} + (\omega^2 \mu \epsilon - j\omega \mu \sigma) \vec{E} = 0 \quad (36)$$

Putem înlocui parantezele rotunde cu $-\gamma^2$, unde γ este un număr complex numit constanta de propagare complexă:

$$\gamma = \sqrt{j\omega \mu \sigma - \omega^2 \mu \epsilon} = \alpha + j \cdot \beta \quad (37)$$

unde α este constanta de atenuare și β este constanta de fază.

Dacă alegem sistemul de coordonate la fel ca în secțiunea precedentă, în așa fel încât câmpul electric să fie de-a lungul axei x , soluția ecuației (36) devine:

$$E_x(z, t) = E_0^+ e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)} + E_0^- e^{\alpha z} e^{j(\omega t + \beta z)} \quad (38)$$

Se observă că amplitudinea undei directe $E_0^+ e^{-\alpha z}$ este atenuată o dată cu creșterea coordonatei z , în timp ce amplitudinea undei inverse $E_0^- e^{+\alpha z}$ scade o dată cu micșorarea coordonatei z .

Dacă rezolvăm și de data aceasta prima ecuație (35) pentru aflarea componentelor intensității câmpului magnetic:

$$H_y(z, t) = \frac{1}{Z_d} [E_0^+ e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)} - E_0^- e^{\alpha z} e^{j(\omega t + \beta z)}] \quad (39)$$

Impedanța intrinsecă a mediului de propagare, egală și pentru acest caz cu impedanța undei plane ce se propagă prin acest mediu, este egală cu:

$$Z_d = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad (40)$$

Este evident că dacă conductivitatea dielectricului este zero, va trebui să regăsim formulele din paragraful anterior, făcând înlocuirea $\sigma=0$ în formula (37). Folosind α și β astfel obținuți, rescriem relațiile (38), (39) și (40) și observăm că sunt identice cu relațiile (25), (32) și (33).

2.4. Polarizarea unei unde

Polarizarea undei este mărimea fizică ce specifică orientarea geometrică a oscilațiilor acelei unde. De exemplu se știe că valurile mării au întotdeauna o direcție de oscilație verticală. Vorbim în acest caz de unde liniar-polarizate pe direcție verticală. Undele electromagnetice sunt puțin mai complicate de atât. Ele nu au o direcție preferențială de oscilație. Mai mult decât atât, undele electromagnetice sunt compuse din două oscilații diferite (electrică și magnetică). Prin convenție, când vorbim de polarizarea câmpului electromagnetic, ne referim doar la direcția în care oscilează câmpul electric al acestuia. Din acest punct de vedere, putem diferenția următoarele cazuri:

a. Radiație nepolarizată – precum lumina naturală (provenită direct de la Soare), această radiație este formată din unde de diferite polarizări (Fig. 2.3a).

b. Radiație polarizată liniar (sau plan polarizată) - este acea radiație la care toate undele componente au vectorii inducție electrică E paraleli cu o direcție de referință, numită direcție de polarizare (Fig. 2.3b). Lumina împrăștiată de cer (lumina albastră) este parțial polarizată liniar. În funcție de poziția Soarelui pe cer și de zona pe care o analizăm, această lumină poate fi polarizată după orice direcții.

În domeniul microundelor, cunoașterea polarizării este fundamentală pentru construirea antenelor de emisie sau recepție. O antenă polarizată orizontal nu va putea comunica niciodată cu o antenă polarizată vertical și vice-versa (Fig. 2.4).

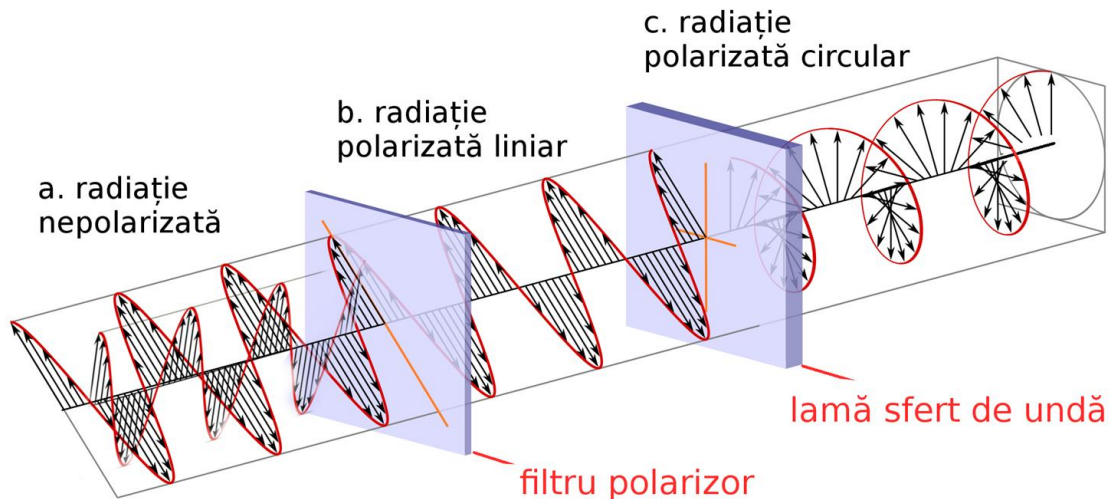


Fig. 2.3. Diferite tipuri de radiație: a. nepolarizată; b. polarizată liniar; c. polarizată circular

c. *Unde polarizate circular* – sunt acele unde pentru care proiecția vectorului E pe un plan perpendicular pe direcția de deplasare descrie un cerc (Fig. 2.3c). Aceste unde se obțin din compunerea a doi vectori E' și E'' ortogonali, de aceeași frecvență și de mărimi egale, dar a căror diferență de fază este de 90° . În gama optică de frecvențe acest tip de radiație se obține simplu, folosind lumină liniar-polarizată (Fig. 2.3b) ce parcurge o lamă sfert de undă (Fig. 2.3c) a cărei axă optică face 45° cu direcția de polarizare a radiației incidente.

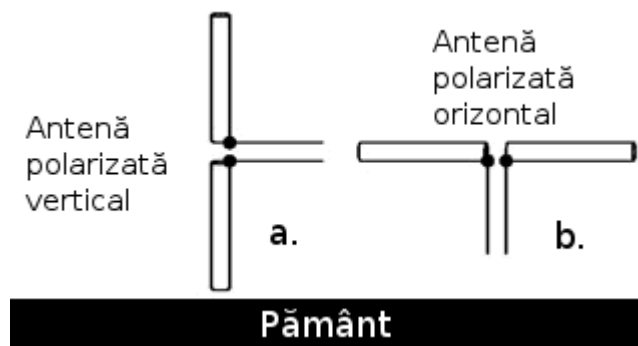


Fig. 2.4. Diferite tipuri de antene: a. polarizată vertical; b. polarizată orizontal

d. *Unde polarizate eliptic* – sunt acele unde obținute din compunerea a doi vectori E' și E'' ortogonali și defazați cu 90° unul față de celălalt, dar de data aceasta, spre deosebire de cazul anterior, de mărimi inegale. În domeniul optic aceste unde se obțin precum cele din cazul anterior, cu singura deosebire că axa optică a lamei sfert de undă (cristal birefringent) va face un unghi diferit de 0° , 45° sau 90° cu direcția de polarizare a radiației incidente.

APLICAȚIE NR. 1

PROPAGAREA MICROUNDURILOR PRIN MEDII CU PIERDERI

1. OBIECTIVELE APLICAȚIEI

Această lucrare practică are ca obiectiv principal familiarizarea studentului cu kitul de microunde AT3000, prin realizarea unui circuit de microunde de bază format dintr-un emițător și un receptor. Un alt obiectiv al lucrării este însușirea unui procedeu de măsurare a coeficientului de atenuare ce caracterizează mediile cu pierderi.

2. KITUL DE MICROUNDE AT3000

Kitul de microunde AT3000(3CM) de la Atten Instruments are ca scop familiarizarea studentului cu lucrul în domeniul de frecvențe specific microundurilor prin realizarea unor experimente în banda X de frecvențe (8-12GHz). În ultimii zeci de ani, microundurile au fost folosite pe scară din ce în ce mai mare în telecomunicații și armată. Folosirea lor în telecomunicații se datorează proprietăților superioare ale acestora la propagarea prin atmosferă (nefiind nici absorbite, nici împrăștiate de aceasta) și direcționalității lor apropiate de cea a radiației infraroșu.

Lungimea de 3cm din numele kitului corespunde lungimii de undă a radiației electromagnetice pe care o vom folosi. Kitul cuprinde 15 componente diferite, majoritatea dintre ele reprezentate în Fig.1 și Fig.2:

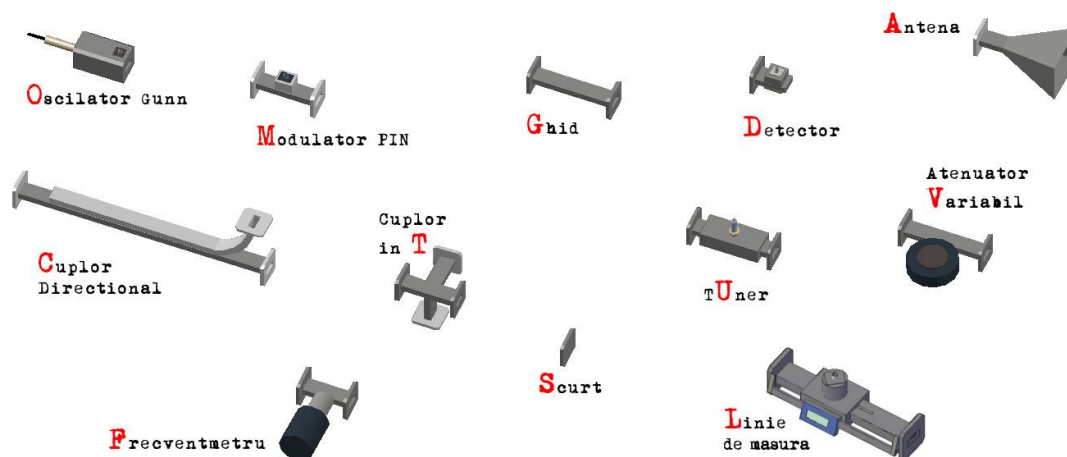


Fig.1 Desene ale componentelor kitului de microunde AT3000:

O – Oscilator Gunn, M – Modulator PIN, G – Ghid de undă dreptunghiular, D– Detector, A – Antenă Horn, C – Cuplor direcțional, T – Cuplor hibrid, S – Placă de scurt, U – Tuner, V – Atenuator variabil, F – Frecvențmetru, L – Linie de măsură

- a. un oscilator Gunn pe care-l vom folosi pentru generarea microundelor la frecvența dorită (Fig.1-O și Fig.2.a).
- b. un modulator PIN pe care-l vom folosi pentru a modula unda purtătoare cu un semnal primit de la un generator extern (Fig.1-M și Fig.2.d);
- c. un frecvențmetru rezonant (Fig.1-F);
- d. un atenuator variabil (Fig.1.-V și Fig.2.c);
- e. un cuplor direcțional (Fig.1.-C);
- f. o linie cu fantă (slotted line: Fig.1.-L) pentru măsurarea raportului de undă staționară (SWR, sau Standing Wave Ratio);
- g. un adaptor cu șurub, pentru adaptarea sarcinii la ghidul de undă (Fig.1-U);
- h. o terminație adaptată;
- i. un detector pe bază de diodă Schottky, folosit pentru detecția câmpului electromagnetic din ghidul de undă (Fig.1-D și Fig.2.b);
- j. un adaptor coaxial, folosit pentru adaptarea ghidului la un cablu coaxial de 50Ω, care arată asemănător cu detectorul;
- k. un divizor în T hibrid, folosit pentru cuplarea radiației din axul longitudinal de propagare în cele două axe perpendiculare pe acesta (Fig.1.-T);
- l. o folie reflectorizantă, care are un coeficient de reflexie foarte ridicat.
- m. un plan de scurt, care se comportă ca o sarcină cu impedanță nulă ce poate fi cuplată la ghidul de undă (Fig.1-S);
- n. un ghid de undă drept (Fig.1-G);
- o. un atenuator fix de 20dB (arată precum un ghid de undă drept);



Fig.2. Fotografii ale celor mai des folosite componente ale kitului:
a. Oscilator Gunn, b. Detector Schottky, c. Atenuator variabil, d. Modulator PIN

Atenționări speciale la folosirea kitului AT3000:

- a. Atunci când oscilatorul Gunn este în funcțiune, nu va uitați direct în interiorul acestuia sau în interiorul ghidului la care acesta este cuplat. Nerespectând această indicație vă puteți leza ireversibil vederea.
- b. Componentele ghidului trebuie aliniate cât mai bine și strânse unul în continuarea celuilalt folosind șuruburi. În acest fel ne putem asigura că nu vor exista pierderi ale radiației electromagnetice la îmbinări.

c. Asigurați-vă că nu există corpuri străine în interiorul ghidurilor de undă la pornirea experimentului și că tot ansamblul este ferit de căldură și umiditate.

d. Introduceți întotdeauna un atenuator în circuit pentru a putea regla puterea transmisă prin ghid. Acest lucru protejează în plus și generatorul Gunn de radiația reflectată în condiții de scurt.

3. MONTAJ EXPERIMENTAL

Se va realiza circuitul din Fig.3. Cavitățile oscilatorului Gunn, care este generatorul de microunde al circuitului, trebuie dimensionată în așa fel încât emisia să se facă în jurul frecvenței de 10GHz. Pentru pornirea emisiei, oscilatorul Gunn trebuie alimentat la o tensiune continuă de 9V. Atenție: A nu se depăși tensiunea de 10V la bornele diodei Gunn.

Atenuatorul variabil, a doua componentă a circuitului de la stânga la dreapta, trebuie fixat la o atenuare de 10dB. Acesta are rolul de protecție a generatorului la reflexiile radiației electromagnetice de pe obiectele situate între antenele Horn.

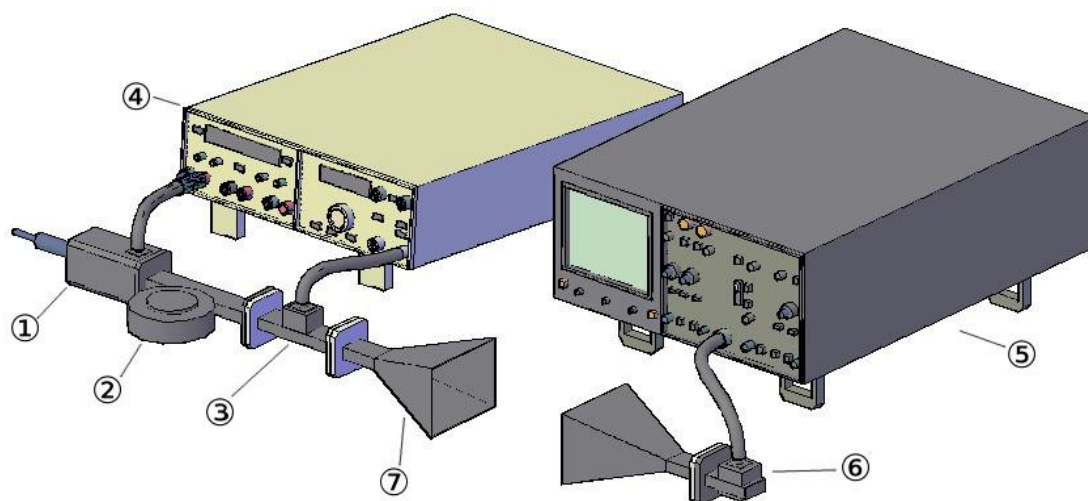


Fig.3. Model de circuit folosit la măsurarea atenuării unui obiect introdus între antenele Horn: 1 – Generator de microunde. 2 – Atenuator. 3 – Modulator. 4 – Sursă de tensiune/semnal. 5 – Osciloscop. 6 – Detector. 7 – Antene Horn

Modulatorul PIN, a treia componentă a circuitului din Fig.3 are rolul de a modula în amplitudine radiația emisă de oscilatorul Gunn. Pentru ca modulația să aibă efect, tensiunea aplicată pe acesta trebuie să depășească valoarea de 1V în conducție directă. O posibilitate de modulare ar fi folosirea unei semnal de tip dreptunghiular de componentă continuă nulă, de frecvență 10kHz și de o amplitudine vârf la vârf egală cu 2V.

Ultima componentă a circuitului, detectorul, trebuie cuplat prin intermediul unui cablu coaxial la osciloscop. Baza de timp a osciloscopului trebuie setată la valoarea de 0,5ms/div, iar scala verticală trebuie să fie cât mai fină, dar să cuprindă în același timp întreaga amplitudine a semnalului recepționat.

4. MĂSURAREA ATENUĂRII

Se va remarca la punerea în funcțiune a montajului din Fig.3 apariția unui semnal pe ecranul osciloscopului. La micșorarea atenuării introduse de componenta nr. 2 din Fig.3 (atenuatorul variabil) se va observa creșterea semnalului citit pe ecranul osciloscopului. Pentru a măsura atenuarea introdusă de un obiect în circuit, vom intercala între cele două antene Horn obiectul a cărui atenuare dorim să o măsurăm. Datorită faptului că o dată cu introducerea obiectului exterior atenuarea totală a circuitului va crește, vom observa o diminuare a nivelului semnalului citit pe ecranul osciloscopului. Efectul obținut este așadar identic cu cel pe care l-am observa dacă am crește atenuarea introdusă de componenta nr. 2 din Fig.3.

Există două procedee diferite pentru estimarea atenuării:

A. Prima variantă implică folosirea atenuatorului variabil:

În configurația din Fig.3 se marchează pe masă pozițiile inițiale ale antenelor Horn de emisie (marcajul 1) și recepție (marcajul 2), după ce distanța dintre cele două antene s-a fixat în prealabil la aproximativ 20 cm. Se mai face un semn pe masă la o distanță de aproximativ 3cm dinspre antena de recepție spre cea de emisie (marcajul 3). Se caută maximul semnalului recepționat pe osciloscop prin re poziționarea antenei Horn de recepție între marcajele (2) și (3). Notăm valoarea inițială a semnalului citit pe osciloscop în configurația afișată în Fig.3 (fără niciun obiect intercalat între cele două antene Horn și cu atenuatorul variabil reglat la 10dB). Amplitudinea semnalului afișat pe osciloscop se consideră egală cu diferența dintre maximul și minimul său (amplitudine vârf la vârf). După plasarea obiectului străin în circuit, vom remarca o scădere a semnalului citit, chiar dacă încercăm să re poziționăm antena Horn de recepție într-o nouă poziție de maxim între marcajele (2) și (3). Pentru a compensa în totalitate această scădere, vom coborî nivelul atenuării dată de atenuatorul variabil, căutând tot timpul noile poziții de maxim al semnalului prin deplasarea antenei de recepție între marcajele (2) și (3). La un moment dat, vom observa că nivelul semnalului citit pe osciloscop revine la valoarea lui inițială. Notăm noua valoare a atenuării (să-i spunem “ x ”, unde $x < 10dB$). În acest caz, valoarea atenuării introdusă de obiectul exterior este egală cu:

$$A[dB] = 10 - x \quad (1)$$

Această variantă necesită un nivel mare de încredere în felul în care a fost calibrat atenuatorul. Necesitatea de a căuta mereu maximul de semnal atunci când punem un obiect nou în circuit sau când modificăm atenuarea, se datorează undelor staționare care apar în circuit ca urmare a multiplelor reflexii dintre sarcină și generator.

B. O altă modalitate de estimare a atenuării ar fi prin citirea directă a amplitudinii semnalului inițial pe ecranul osciloscopului (x_1) precum și a semnalului afișat după plasarea în circuit a obiectului exterior (x_2). Amplitudinea pe care o citim în ambele situații (cu și fără obiect intercalat între cele două antene) este amplitudinea maximă detectată atunci când deplasăm antena Horn de recepție între marcajele (2) și (3) create anterior (vezi metoda A). Singura necunoscută este felul în care depinde semnalul furnizat de dioda redresoare Schottky de amplitudinea câmpului electric incident pe ea. Presupunem că semnalul furnizat de diodă depinde de puterea unde electromagnetice incidente (altfel spus de pătratul amplitudinii intensității câmpului electric). În acest caz, putem aplica direct formula:

$$A[dB] = 10 \cdot \log\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad (2)$$

Oricare dintre metode (A sau B) s-ar alege, dacă se cunoaște grosimea g a obiectului exterior (presupus omogen), se poate calcula coeficientul de atenuare al materialului său:

$$\alpha[1/m] \simeq \frac{0,23 \cdot A[dB]}{g} \quad (3)$$

Nume:

.....

Echipa:

1. Realizați montajul experimental din Fig.3.

2. Măsurati atenuarea produsă de 3 obiecte intercalate între cele două antene Horn prin ambele metode expuse în secțiunea 4. Rezultatele se vor trece în tabelul:

Obiect	g[m]	Metoda A			Metoda B			
		x[dB]	A[dB]	$\alpha[m^{-1}]$	x1(mV)	x2(mV)	A[dB]	$\alpha[m^{-1}]$
.....								
.....								
.....								

Obiectele fiecărei echipe:

A: mână, carte	B: sticla cu apă, caiet	C: lemn, CD
D: ochelari, staniol	E: carton, oglindă	F: placă de scurt, pachet șervețele

* grosimea și atenuarea se trec doar pentru obiectele la care puteți măsura grosimea

** al treilea obiect din listă este la latitudinea fiecărei echipe

3. Cum s-a dedus formula (3), știind că atenuarea $A=e^{\alpha x}$?

.....

4. Comparați rezultatele obținute de voi cu cele obținute de celelalte echipe și faceți o ierarhizare a materialelor în funcție de coeficientul de atenuare al lor, de la cel mai transparent până la cel mai opac pentru radiația de microunde.

.....

APLICAȚIE NR. 2

POLARIZAREA MICROUNDOR

1. OBIECTIVELE APLICAȚIEI

Această lucrare practică are ca obiectiv principal studiul atât a proprietății, precum și a fenomenului de polarizare a undelor electromagnetice din domeniul microundelor. În urma parcurgerii și realizării practice a lucrării prezente, studenții vor fi capabili să explice funcționarea unui detector de polarizare. Aceștia vor fi capabili de asemenea să recunoască undele polarizate liniar în funcție de efectele pe care acestea ar trebui să le producă asupra detectorului, precum și să identifice în mod corect direcția lor de polarizare. Nu în ultimul rând, în urma execuției ultimelor două experimente din lucrare, studenții vor ști cum funcționează și cum să folosească un filtru polarizor de microunde.

2. TEORIA LUCRĂRII

Prin polarizarea radiației se poate înțelege atât o proprietate intrinsecă undelor transversale precum cele electromagnetice, dar și acțiunea de a genera unde care să posede această proprietate.

Polarizarea ca proprietate descrie orientarea geometrică a oscilațiilor câmpului electromagnetic. În secțiunea teoretică precedentă am vorbit despre tipurile posibile de polarizare: polarizare plană (denumită și polarizare liniară), precum și despre polarizarea circulară. Este de asemenea posibil ca radiația electromagnetică să nu fie caracterizată de niciuna din cele două tipuri de polarizare, caz în care undele care compun radiația pot avea orice direcție de oscilație.

Polarizarea ca acțiune semnifică generarea de unde polarizate parțial sau total. Există mai multe moduri prin care putem realiza aceasta. Putem trece radiația printr-un filtru polarizor, precum în ultimele experimente ale acestei lucrări. O putem supune acțiunii de reflexie la interfața dintre doi dielectrici sub un unghi optim numit unghi Brewster. Sau putem folosi ghiduri de undă pentru propagarea radiației în regim monomod, precum în primele experimente ale acestei lucrări.

Să ne oprim puțin asupra ghidurilor de undă. Acestea vor fi studiate în amănunt în Capitolul 4 al acestei cărți. Ceea ce trebuie reținut acum este că, atunci când radiația se propagă monomodal prin ghidurile de undă, precum în toate cazurile practice exemplificate în această lucrare, câmpul electric va oscila după o direcție paralelă cu latura mai scurtă a ghidului (Fig. 1). În cazul din Fig. 1, precum și în toate experimentele prezentate în această carte, această direcție este verticală, ceea ce înseamnă că polarizarea undelor va fi întotdeauna verticală. Dacă latura mai scurtă ar fi fost cea orizontală, atunci în experimentele noastre am fi avut unde polarizate orizontal.

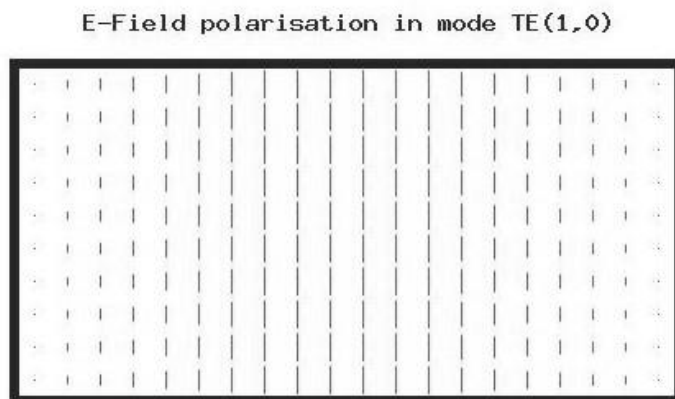


Fig. 1. Oscilația câmpului electric în interiorul ghidului se face după direcția laturii mai scurte a ghidului

Ne vom folosi așadar de polarizarea intrinsecă a radiației care se propagă prin ghiduri de undă pentru primele experimente ale acestei lucrări. În ultima parte a acestei lucrări, undele electromagnetice vor întâlni un filtru polarizor, care este format dintr-o rețea de 15 fire conductoare paralele, distanțate la 1 cm unul de altul și fixate pe doi suporturi de lemn. Atunci când firele metalice au aceeași direcție cu a câmpului electric, câmp care în cazul acestei lucrări oscilează pe verticală, întreaga energie purtată de undele electromagnetice se va disipa în curenții generați de-a lungul firelor. Atunci când, în schimb, direcția conductorilor este orizontală și deci perpendiculară pe direcția câmpului, pierderile de energie prin firele conductoare vor fi minime iar radiația va trece neatenuată prin filtru.

3. DETECTORUL MOBIL

Măsurătorile ce trebuie realizate în această lucrare de laborator necesită o componentă care nu se găsește în mod normal în kiturile experimentale de microunde. După cum am putut observa în secțiunea introductivă a aplicației precedente, kiturile standard de microunde au două tipuri de detectori, dintre care unul este complet fix. Celălalt detector, denumit linie de măsură și folosit pentru măsurarea lungimii de undă a radiației în ghid, este mobil doar pe axa de propagare. Niciunul din acești doi detectori nu este sensibil la direcția de oscilație a radiației. Chiar dacă ar fi fost sensibili la direcția de oscilație a undelor electromagnetice, nu ar putea fi roțiți pentru măsurarea amplitudinii câmpului electric în funcție de unghi. Din toate aceste motive pentru studiul polarizării a fost necesară realizarea unui dispozitiv precum cel din Fig. 2. Costul unui astfel de dispozitiv este redus la un minim prin folosirea unui număr minim de componente electronice: o placă de dezvoltare de tip Arduino, trei butoane pentru selectarea modurilor, un afișaj LCD de tip 16x2 cu un potențiometrul de contrast, trei rezistoare de pull-up și un potențiometrul liniar de 10kΩ de dimensiuni suficient de mari pentru a putea fixa pe el dioda Schottky de tip DDC2353 folosită la detecția microundelor.

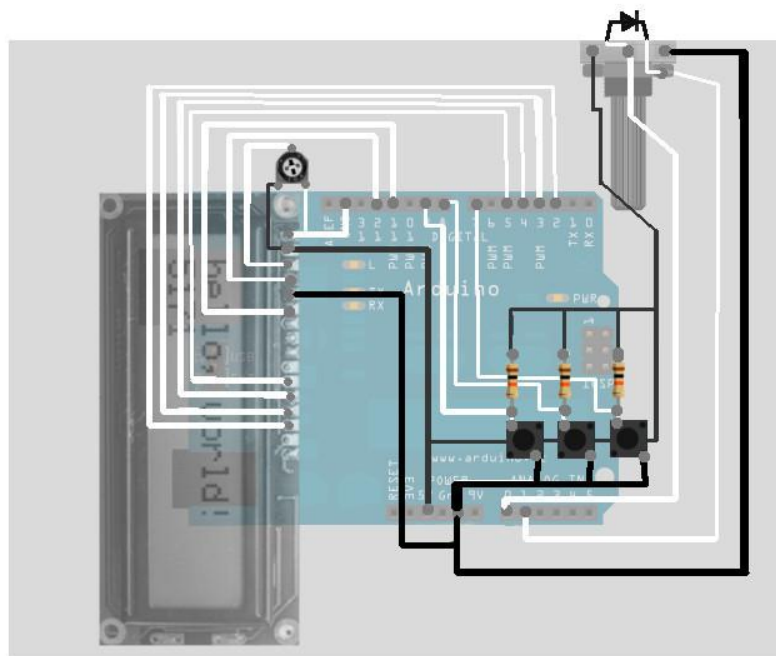


Fig. 2. Schema electrică a detectorului mobil pe care-l vom folosi în această lucrare

Prin rotirea potențiometrului pe care este fixată dioda, aceasta va face diferite unghiuri cu orizontala (Fig. 3 și Fig. 4a). Cum această diodă este capabilă să detecteze doar componenta câmpului care este paralelă cu axa care leagă catodul de anod, prin rotirea ei vom putea observa o variație a tensiunii generate între catod și anod. Potențialul de pe pinul din mijloc al potențiometrului, citit de intrarea analogică A_0 a plăcii Arduino, variază liniar cu unghiul ϕ_0 pe care-l face dioda cu direcția ei extremă (Fig. 3). Tensiunea care cade pe dioda Schottky este măsurată între catodul lipit de axul central al potențiometrului (al cărui potențial este citit de intrarea analogică A_1 a plăcii Arduino) și anodul lipit de pinul din mijloc al potențiometrului (al cărui potențial este citit de intrarea analogică A_0 a plăcii Arduino).

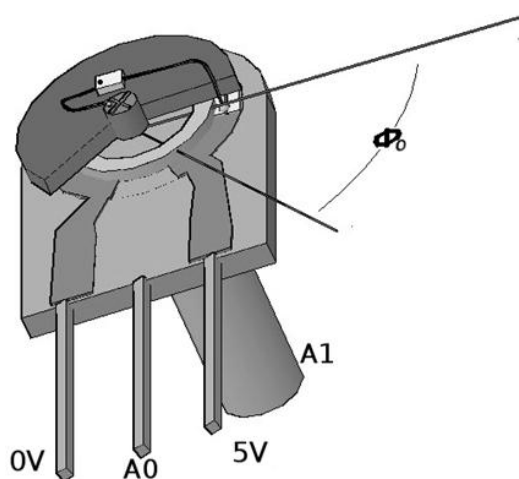


Fig. 3. Schema de cuplare a diodei Schottky pe potentiometru

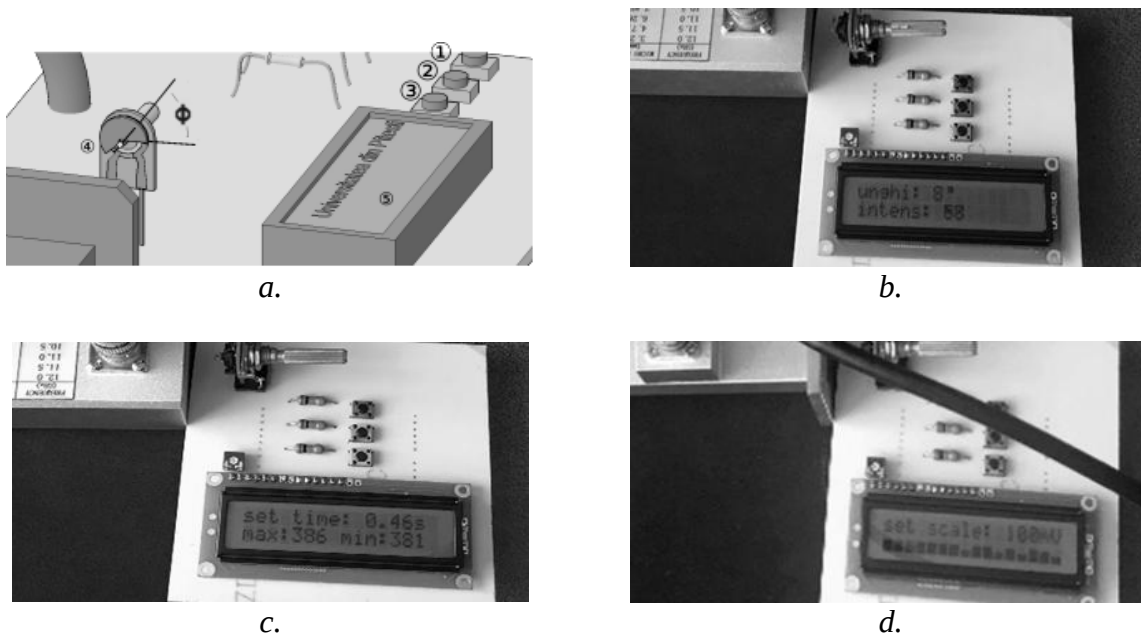


Fig. 4. Modurile de funcționare ale detectorului:
a. Măsurarea unghiului față de orizontală, b. Modul 1, c. Modul 2, d. Modul 3

Trecerea de la unghiul ϕ_0 din Fig. 3 la unghiul ϕ pe care-l face dioda cu orizontala (Fig. 4-a) se face pe cale software. Tot pe cale software s-au implementat și cele 3 moduri de lucru (Fig. 4-b,c,d). Modul 1 (Fig. 4-b) afișează unghiul și tensiunea instantanee măsurată pe diodă. Datorită micilor oscilații ale câmpului valorile afișate în acest mod pot varia rapid, îngreunând citirea. Modul 2 afișează maximum și minimum tensiunii măsurate într-un interval de timp setabil de la butoane. În sfârșit, modul 3 afișează grafic evoluția în timp a câmpului electric. Cele trei butoane sunt folosite pentru schimbarea modului, pentru setarea intervalului de timp contorizat în modul 2 și pentru reglarea scalei verticale în modul de operare 3.

3. MONTAJE EXPERIMENTALE

Pentru realizarea următoarelor montaje experimentale se vor folosi câteva componente din kitul de microunde AT3000 prezentat în lucrarea anterioară, la care se vor adăuga detectorul mobil de polarizare prezentat în secțiunea precedentă, precum și un filtru polarizor de microunde.

Primul montaj, prezentat în Fig. 5, poate fi folosit atât pentru detecția efectului de polarizare, precum și pentru aflarea relației dintre intensitatea (puterea) radiației și tensiunea generată pe dioda detectoare. Acest montaj are la unul din capete un oscilator Gunn de tipul celui folosit și în aplicația precedentă, a cărui frecvență de lucru poate fi reglată prin variația lungimii cavității rezonante. Oscilatorul este alimentat la tensiunea de 9V de la o sursă standard de tensiune continuă.

După oscilator urmează un atenuator variabil calibrat, a cărui gradație este în dB, urmat de un fragment mic de ghid de undă. Circuitul de microunde se termină la detectorul mobil pe care este afișată atât valoarea tensiunii detectate, precum și a unghiului dintre dioda de detecție și axa orizontală.

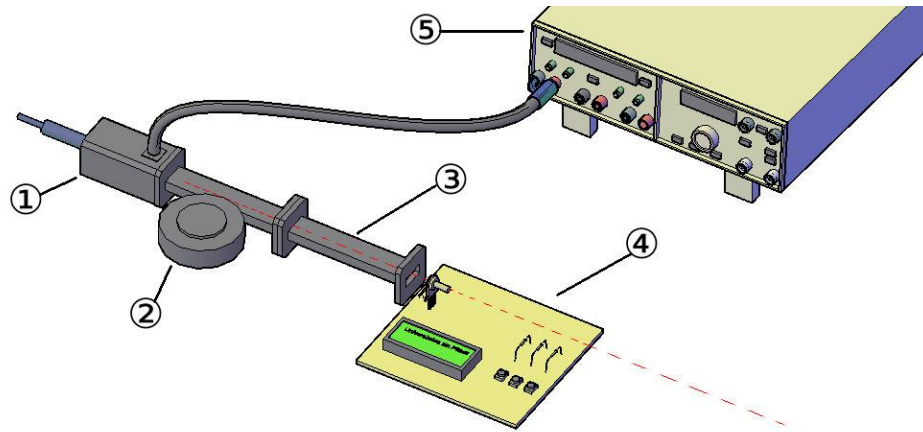


Fig. 5. Montaj experimental pentru detecția polarizării radiației emisă de un ghid de undă: 1 – Generator de microunde. 2 – Atenuator variabil. 3 – Ghid de undă. 4 – Detector mobil. 5 – Sursă de tensiune/semnal.

Al doilea montaj experimental este prezentat în Fig. 6. După cum se poate observa, față de montajul anterior apar două componente noi, și anume o antenă Horn și, opțional, un osciloscop care poate fi folosit în locul afișajului pentru a măsura componenta continuă a tensiunii generate pe diodă. Acest al doilea montaj poate fi folosit în același scop ca și montajul precedent, anume pentru detecția efectului de polarizare, precum și pentru aflarea caracteristicii putere incidentă – tensiune generată.

Ultimele două montaje, cele din Fig. 7 și Fig. 8, includ în plus față de cel anterior un filtru polarizor pe care-l intercalăm între antena Horn și detectorul mobil. În Fig. 7 polarizorul este desenat la unghiul α față de suprafața orizontală. În Fig. 8 el este desenat descentrat cu distanța d față de axa de propagare. Ambele montaje sunt folosite pentru măsurarea influenței polarizorului asupra radiației care iese din ghid, deja polarizată vertical. Diferența este că montajul din Fig. 7 măsoară influența unghiului α pe care-l face polarizorul cu orizontala, în timp ce montajul din Fig. 8 măsoară influența pe care o are distanța d dintre centrul polarizorului și axa de propagare.

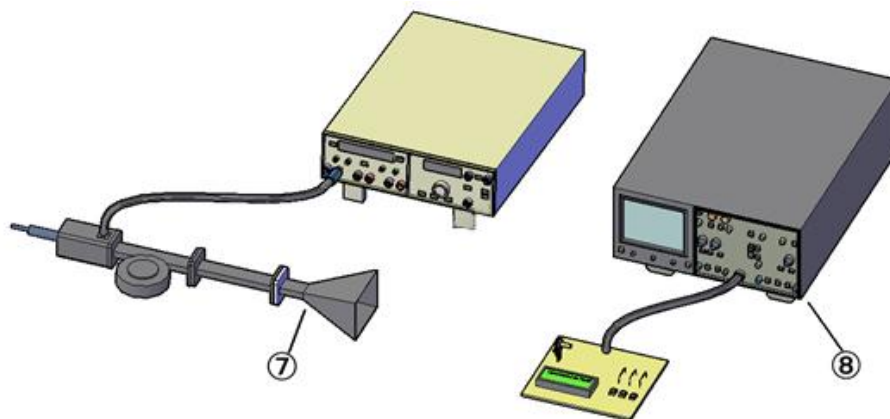


Fig. 6. Montaj experimental pentru detecția polarizării radiației emisă de o antenă Horn (7).

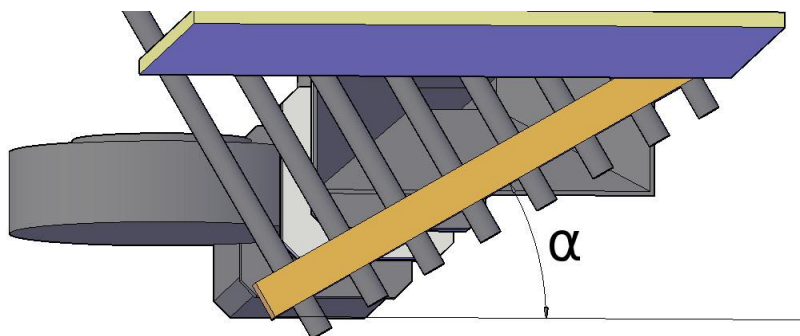


Fig. 7. Poziționarea unui filtru polarizor la diferite unghiuri α față de orizontală

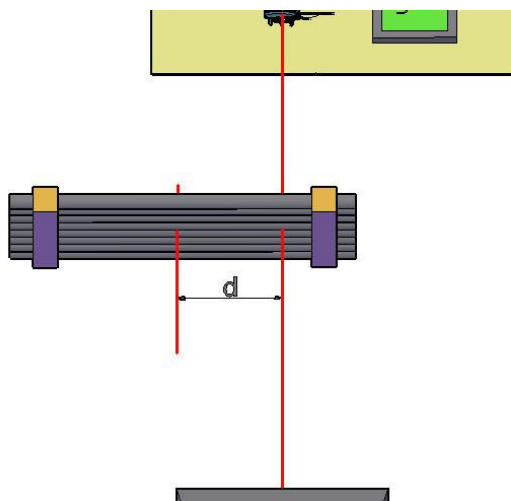


Fig. 8. Poziționarea unui filtru polarizor la diferite distanțe față de axa optică a montajului

4. MĂSURĂTORI

Pentru fiecare din primele două montaje (Fig. 5 și Fig. 6) vor fi realizate două serii de măsurători: o serie pentru caracteristica tensiunii de detecție a diodei în funcție de intensitatea radiației incidente, iar cealaltă serie pentru caracteristica tensiunii de detecție în funcție de unghiul diodei cu orizontala. Rezultatele se vor trece în două tabele precum Tab. 1 și 2 de mai jos. Pentru primul set de măsurători, se va lucra în modul 1 al detectorului. Pe prima linie a tabelului 1 sunt trecute valorile atenuării ce trebuie fixate pe cursorul atenuatorului variabil (componenta 2 din Fig. 5) iar pe linia a doua se vor trece tensiunile instantanee afișate pe display-ul detectorului.

Tabel 1. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de nivelul radiației

Att(dB)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U_{\text{diodă}}(\text{mV})$																

Deoarece presupunem că atenuatorul folosit este calibrat, din acest set de măsurători se va putea desprinde legea de variație a tensiunii generate pe diodă în funcție de nivelul radiației incidente. Dacă nivelul tensiunii va coborî proporțional cu nivelul puterii radiației, atunci aceasta va trebui să respecte legea:

6. Realizați montajul din Fig. 8 și completați tabelul de mai jos variind distanța dintre centrul polarizorului și axa de propagare. Pe tot parcursul măsurărilor, atât dioda de detecție precum și polarizorul trebuie menținuți în poziție verticală ($\phi = 90^\circ$, $\alpha = 90^\circ$).

Tabel 11. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de nivelul de descentrare al polarizorului menținut în poziție verticală

d (cm)	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
$U_{\text{diodă}}$ (mV)													

7. Păstrând același montaj de la punctul precedent, repetați măsurătorile menținând de data asta polarizorul în poziție orizontală ($\phi = 90^\circ$, $\alpha = 90^\circ$) și treceți rezultatele în tabelul de mai jos:

Tabel 12. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de nivelul de descentrare al polarizorului menținut în poziție orizontală

d (cm)	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
$U_{\text{diodă}}$ (mV)													

8. Răspundeți la întrebările:

a. Este tensiunea generată pe dioda Schottky proporțională cu puterea sau cu amplitudinea câmpului electric incident? Motivați răspunsul folosindu-vă de ecuațiile (1) și (2), precum și de tabelele 5 și 7.

.....

b. Variaza tensiunea detectată în funcție de unghiul diodei cu orizontala la fel pentru montajele din Fig. 5 și 6? Folosiți-vă de măsurătorile din tabelele 6 și 8 pentru a da răspunsul.

.....

c. Variaza tensiunea detectată în funcție de unghiul polarizorului cu orizontala la fel pentru măsurătorile din tabelele 9 și 10? Motivați răspunsul

.....

d. Cum se explică variația tensiunii detectate cu nivelul de descentrare a polarizorului pentru măsurătorile din tabelul 11?

.....

e. Faceți o comparație între tabelele 11 și 12 în ceea ce privește rezultatele obținute din măsurători. Motivați diferențele.

.....

CAPITOLUL 3

LINII DE TRANSMISIE

În acest capitol va fi abordată tematica liniilor de transmisie, a căror teorie face trecerea între teoria câmpului electromagnetic și cea a circuitelor electrice. Tocmai de aceea această discuție asupra liniilor de transmisie poate fi făcută fie particularizând teoria generalizată a câmpului electromagnetic, fie extinzând teoria circuitelor electrice. Abordarea pe care am ales-o pentru îndeplinirea acestui obiectiv este cea de a folosi teoria circuitelor electrice, fiind mai didactică pentru un student în electronică, mai obișnuit cu legile lui Kirchhoff decât cu cele ale lui Maxwell.

3.1. Parametrii lineici

Principala diferență între circuitele electrice învățate până acum și cele de microunde poate fi găsită dacă raportați dimensiunea circuitelor la lungimea de undă a oscilațiilor electromagnetice folosite în circuit. Dacă pentru circuitele electrice dimensiunea circuitului totaliza doar o fracțiune din lungimea de undă a tensiunilor folosite, pentru circuitele de microunde dimensiunile circuitelor vor fi comparabile cu lungimea de undă a oscilațiilor folosite.

De exemplu, lungimea de undă pentru o tensiune care variază cu frecvența de 50Hz este:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{50 \text{ 1/s}} = 6 \cdot 10^6 \text{ m} = 6000 \text{ km} \quad (1)$$

care este aproape egală cu distanța de la noi până în centrul Pământului (6400km) și mai mare decât distanța de la noi la Polul Nord (5000km).

Dacă lucrăm în schimb cu o tensiune care oscilează de 10 miliarde de ori pe secundă (10GHz), lungimea de undă devine:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10 \cdot 10^9 \text{ 1/s}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3 \text{ cm} \quad (2)$$

Observăm așadar din (1) și (2) de ce considerăm un circuit electric obișnuit ca fiind format din elemente discrete, iar o linie de transmisie a microundelor (sau un circuit de microunde) ca fiind format din elemente continue. Dacă în primul caz avem de-a face cu tensiuni care sunt în fază de-a lungul întregului circuit, în al doilea caz fazele acestora variază continuu pe toată lungimea circuitului.

După cum este afișat în Fig. 3.1, o linie de transmisie a microundelor este reprezentată simbolic prin două fire (linii) din moment ce toate liniile de transmisie au cel puțin doi conductori (pentru a permite propagarea modului TEM – transversal electromagnetic).

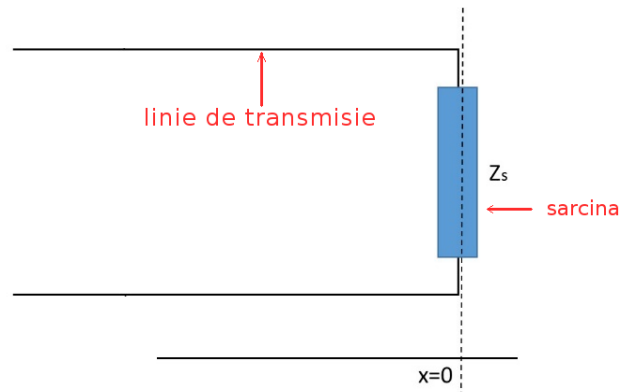


Fig. 3.1. O linie de transmisie terminată pe o sarcină în dreptul coordonatei $x=0$

Dacă divizăm linia de transmisie din Fig. 3.1 în elemente infinitezimale, suficient de mici pentru a considera că de-a lungul fiecăruia dintre ele unda de tensiune are o fază constantă, vom putea înlocui fiecare dintre aceste elemente componente ale liniei de transmisie cu un circuit echivalent folosind componente discrete precum cel din Fig. 3.2. Cele patru elemente componente discrete ale unui astfel de circuit echivalent sunt: un rezistor și o bobină serie ce descriu cei doi conductori, precum și un rezistor și un condensator paraleli ce caracterizează dielectricul care izolează conductorii. Valorile impedanțelor lor se pot calcula ușor cunoscând un set de 4 parametri numiți parametri lineici:

R_0 [Ω/m] – rezistența serie pe unitatea de lungime, pentru ambii conductori

L_0 [H/m] – inductanța serie pe unitatea de lungime, pentru ambii conductori

G_0 [S/m] – conductanța paralelă pe unitatea de lungime, pentru dielectric

C_0 [F/m] – capacitatea paralelă pe unitatea de lungime

Prin înserierea tuturor elementelor dx în care am divizat linia de transmisie, putem reconstitui întreaga lungime a circuitului (Fig. 3.3). Pentru cazul în care simulăm o linie de transmisie folosind metode numerice, trebuie avut grijă ca împărțirea în elemente infinitezimale să fie făcută suficient de fin pentru ca aproximația fazei constante să fie valabilă.

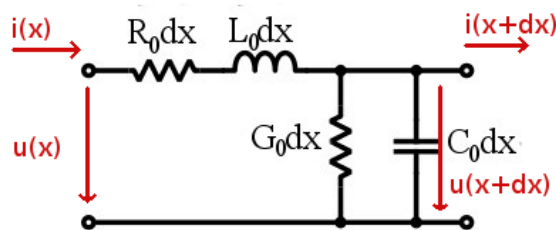


Fig. 3.2. Circuitul echivalent unei linii de circuit de lungime infinitezimală dx

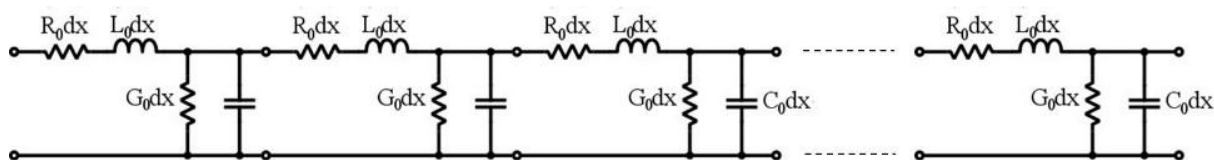


Fig. 3.3. O linie de circuit completă formată prin cuplarea mai multor elemente infinitezimale dx

Cauzele apariției rezistenței conductorilor și conductanței dielectricului sunt evidente. Aici trebuie doar precizat că în cazul ideal rezistența serie și conductanța paralel trebuie să fie zero pentru ca linia să se considere fără pierderi. Mai complicat este să înțelegem motivele apariției unei inductanțe și a unei capacități. Inductanța are ca sursă atât inductanța proprie fiecărui fir în parte cât mai ales inductanța mutuală care ia naștere între cei doi conductori. Capacitatea la rândul ei apare datorită faptului că ansamblul format de cei doi conductori separați de un dielectric se comportă ca un condensator.

Revenind la circuitul elementar din Fig. 3.2, vom aplica Kirchhoff II pe ochiul cel mare al circuitului:

$$u(x, t) - u(x + dx, t) = R_0 i(x, t) dx + L_0 \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} dx \quad (3)$$

Aplicând acum Kirchhoff I pe nodul de sus al circuitului:

$$i(x, t) - i(x + dx, t) = G_0 u(x + dx, t) dx + C_0 \frac{\partial u(x + dx, t)}{\partial t} dx \quad (4)$$

Trecând dx din partea dreaptă a ecuațiilor (3) și (4) în partea stângă și ducând limita acestuia la zero obținem următorul sistem de ecuații:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} &= -R_0 i(x, t) - L_0 \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} &= -G_0 u(x, t) - C_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (5)$$

Sistemul de ecuații (5) se mai numește și sistemul de ecuații al telegrafiștilor. Acesta poate fi simplificat simțitor dacă, analog cu felul în care am procedat în cursul trecut pentru aflarea ecuației unei plane, considerăm că avem o dependență armonică a amplitudinilor tensiunii și curentului în funcție de timp ($\sim e^{j\omega t}$). În acest caz sistemul (5) poate fi rescris într-un mod foarte asemănător cu sistemul de ecuații (15) din cursul precedent:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} &= -(R_0 + j\omega L_0) i(x, t) \\ \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} &= -(G_0 + j\omega C_0) u(x, t) \end{aligned} \quad (6)$$

Diferențele dintre sistemul de ecuații (6) din acest curs și sistemul de ecuații (15) din cursul trecut ar fi fost și mai mici dacă am fi ținut cont, în cursul trecut, de prezența unei densități de curent electric J_E și de prezența (ipotetică) a unei densități de curent magnetic J_M , așa cum am făcut parțial pentru obținerea sistemului de ecuații (35) din cursul anterior.

3.2. Ecuația propagării unei unde pe liniile de transmisie

Putem în ecuația (6) să scăpăm de dependența temporală dacă simplificăm și în dreapta și în stânga cu $e^{j\omega t}$. Vom rămâne cu un sistem identic, dar în locul cantităților $u(x, t)$

și $i(x,t)$ foarte rapid variabile în timp, vom avea doar amplitudinile lor $U(x)$ și $I(x)$ care variază doar în spațiu, în funcție de coordonata x . Derivata parțială din ecuația (6) se va înlocui așadar cu derivata totală. Putem apoi să aplicăm operatorul de derivare încă o dată ecuațiilor (6), obținând în final:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 U(x)}{dx^2} - (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)U(x) &= 0 \\ \frac{d^2 I(x)}{dx^2} - (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)I(x) &= 0\end{aligned}\quad (7)$$

Recunoaștem în forma ecuațiilor (6) o formă pe care deja am întâlnit-o în cursul trecut, atunci când am discutat despre ecuația undei în medii cu pierderi. Pentru o și mai evidentă asemănare, vom face înlocuirea:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \quad (8)$$

Constanta γ va purta și în acest caz numele de constanta de propagare complexă și, ca și în cazul propagării unei unde electromagnetice în mediul liber, este dependentă de frecvență. Constantele α și β poartă și ele aceleași denumiri ca și în cazul propagării printr-un mediu omogen (capitolul trecut), anume de constantă de atenuare, respectiv constantă de fază.

Ecuațiile de propagare, soluții ale ecuațiilor undei (7), sunt:

$$\begin{aligned}U(x) &= U_0^+ e^{-\gamma x} + U_0^- e^{+\gamma x} \\ I(x) &= I_0^+ e^{-\gamma x} + I_0^- e^{+\gamma x}\end{aligned}\quad (9)$$

Legătura între undele de tensiune și cele de curent pot fi făcute matematic folosindu-ne de prima din ecuațiile (6):

$$I(x) = \frac{-1}{(R_0 + j\omega L_0)} \frac{dU(x)}{dx} = \frac{\gamma}{(R_0 + j\omega L_0)} (U_0^+ e^{-\gamma x} - U_0^- e^{+\gamma x}) \quad (10)$$

Așa cum în cursul trecut am introdus mărimea numită impedanță intrinsecă Z_d a mediului de propagare, care leagă amplitudinile câmpurilor E și H prin intermediul ecuațiilor (39) și (40) din capitolul trecut, așa vom introduce și acum mărimea numită impedanță caracteristică a liniei de transmisie:

$$Z_c = \frac{U_0^+}{I_0^+} = \frac{-U_0^-}{I_0^-} = \frac{R_0 + j\omega L_0}{\gamma} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \quad (11)$$

Reintroducând dependența temporală (înmulțind cu $e^{j\omega t}$) în prima din ecuațiile (9) și proiectând rezultatul pe axa reală, înlocuind apoi pe γ folosind formula (8) obținem forma completă a undelor u (un rezultat analog se poate obține și pentru i):

$$u(x,t) = U_0^+ e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x) + U_0^- e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \beta x) \quad (12)$$

Se observă din (12), apelând la aceleași considerente ca în cursul trecut, că viteza de fază și lungimea de undă a undelor $u(x,t)$ și $i(x,t)$ sunt:

$$v_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 (\omega t - \beta x) - [\omega t - \beta(x + \lambda)] &= 2\pi \\
 \Rightarrow \lambda &= \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} = \frac{c}{f}
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

3.3. Liniile de transmisie fără pierderi

Vom face acum particularizarea tuturor ecuațiilor (8)-(14) pentru cazul liniilor de transmisie fără pierderi. Liniile fără pierderi sunt acele linii pentru care nu există un consum de putere activă de-a lungul liniei de transmisie. Aceasta înseamnă ca R_0 (pierderile prin conductori) și G_0 (pierderile prin dielectric) sunt nule de-a lungul întregii lungimi a liniei de transmisie.

Din ecuația (8) rezultă că:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0} \tag{15}$$

din care rezultă:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 0 \\
 \beta &= \omega \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Era de așteptat ca pentru o linie fără pierderi constanta de atenuare α să fie nulă. Impedanța caracteristică a liniei de transmisie fără pierderi se obține particularizând ecuația (11):

$$Z_c = \frac{j\omega L_0}{\gamma} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \tag{17}$$

Forma completă a unde de tensiune devine (scrisă în formă reală):

$$u(x, t) = U_0^+ \cos(\omega t - \beta x) + U_0^- \cos(\omega t + \beta x) \tag{18}$$

Unda de curent scrisă în funcție de unda de tensiune are forma:

$$i(x, t) = \frac{U_0^+}{Z_0} \cos(\omega t - \beta x) - \frac{U_0^-}{Z_0} \cos(\omega t + \beta x) \tag{19}$$

Prin particularizarea ecuației (13), aflăm viteza de fază care are forma simplă:

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \tag{20}$$

3.4. Linia de transmisie fără pierderi terminată pe o sarcină oarecare

Se consideră o linie de transmisie fără pierderi terminată pe o sarcină de impedanță complexă Z_s precum în Fig. 3.4. Vom considera în continuare sistemul de coordonate ca având originea în dreptul sarcinii. Axa x va avea în continuare direcția pe care o are unda directă, ceea ce înseamnă că undele directe (de tensiune și de curent) sunt generate de undeva de la o coordonată $x < 0$. Vom nota cu “ l ” sau cu “ L ” distanța dintre sarcină și orice punct din interiorul circuitului (de unde rezultă că $l = -x$).

Am văzut în secțiunile precedente că raportul dintre unda directă de tensiune și unda directă de curent este egal cu impedanța caracteristică Z_C a liniei de transmisie (11). Dar în momentul în care cele două unde (de tensiune și de curent) vor ajunge la sarcină, raportul dintre tensiunea totală pe sarcină și curentul prin aceasta trebuie să fie egal cu impedanța sarcinii Z_s . Din acest motiv iau naștere undele reflectate (inverse) care se propagă în direcția inversă axei x și care adunate cu undele directe în dreptul sarcinii vor asigura îndeplinirea ecuației impedanței sarcinii:

$$Z_s = \frac{U}{I} = \frac{U^+(0)e^{-j\beta \cdot 0} + U^-(0)e^{+j\beta \cdot 0}}{I^+(0)e^{-j\beta \cdot 0} + I^-(0)e^{+j\beta \cdot 0}} \quad (21)$$

Folosindu-ne de ecuația (11) pentru a scăpa de curenții din ecuația (21) obținem:

$$Z_s = Z_0 \cdot \frac{U^+(0) + U^-(0)}{U^+(0) - U^-(0)} \quad (22)$$

Divizând și numărătorul și numitorul ecuației (22) la $U^+(0)$ obținem:

$$Z_s = Z_0 \cdot \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (23)$$

în care am notat Γ (numit coeficient de reflexie) ca fiind raportul dintre unda inversă și cea directă în dreptul sarcinii.

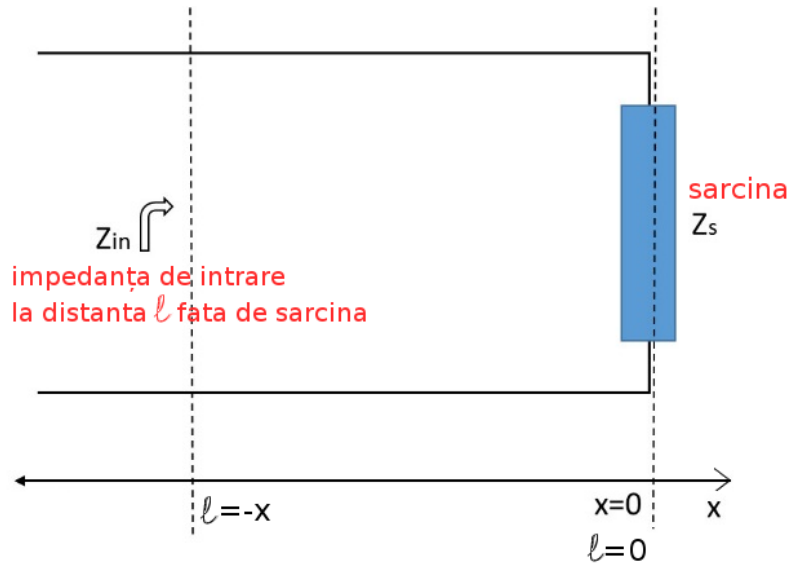


Fig. 3.4. O linie de transmisie terminată pe o sarcină oarecare Z_s

Rezolvând ecuația (23) pentru coeficientul de reflexie Γ , obținem:

$$\Gamma_0 = \frac{U_0^-}{U_0^+} = \frac{Z_s - Z_C}{Z_s + Z_C} \quad (24)$$

în care am notat amplitudinea unei directe în dreptul coordonatei $x=0$ prescurtat U_0^+ .

Putem scrie așadar dependența undelor de tensiune și curent de coordonata z cunoscând doar impedanțele liniei și sarcinii, precum și amplitudinea unei directe în dreptul sarcinii:

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0^+ (e^{-j\beta x} + \Gamma_0 e^{+j\beta x}) \\ I(x) &= \frac{U_0^+}{Z_C} (e^{-j\beta x} - \Gamma_0 e^{+j\beta x}) \end{aligned} \quad (25)$$

Din ecuațiile (25) se observă că tensiunea, respectiv curentul de-a lungul liniei de transmisie rezultă din suprapunerea unei unde directe și a unei unde inverse de tensiune, respectiv curent. Rezultatul celor două unde de sensuri contrarii poartă numele de undă staționară. Vor exista așadar atât o undă staționară de tensiune, cât și o undă staționară de curent. Doar atunci când coeficientul de reflexie Γ este nul nu avem niciun fel de undă inversă (reflectată). Pentru a se îndeplini această condiție, trebuie ca $Z_S = Z_C$. Spunem despre o astfel de sarcină că este adaptată la linia de transmisie.

Putem extinde definiția coeficientului de reflexie (24) încât să poată fi definit pentru orice coordonată x , nu doar pentru locul unde are loc efectiv reflexia:

$$\Gamma_x = \frac{U^-(x)}{U^+(x)} = \frac{U^-(0)e^{j(\beta x)}}{U^+(0)e^{j(-\beta x)}} = \Gamma_0 \cdot e^{j \cdot 2\beta x} \quad (26)$$

Se observă din (26) că pentru o linie fără pierderi modulul coeficientului de reflexie rămâne constant de-a lungul liniei. Doar faza coeficientului de reflexie diferă în funcție de x (respectiv l) cu o lungime de undă (perioadă spațială de repetiție) egală cu:

$$\begin{aligned} [2\beta(x + \lambda)] - [2\beta x] &= 2\pi \\ \Rightarrow \lambda_\Gamma &= \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\lambda_U}{2} \end{aligned} \quad (27)$$

Se observă din (27) că lungimea de undă a coeficientului de reflexie este de două ori mai mică decât lungimea de undă a undelor directe sau inverse de tensiune.

În felul acesta, putem rescrie ecuațiile (25):

$$\begin{aligned} U(x) &= U_0^+ e^{-j\beta x} (1 + |\Gamma_0| e^{j(\Phi_0 + 2\beta x)}) \\ I(x) &= \frac{U_0^+}{Z_C} \cdot e^{-j\beta x} (1 - |\Gamma_0| e^{j(\Phi_0 + 2\beta x)}) \end{aligned} \quad (28)$$

unde Φ_0 este faza coeficientului de reflexie, altfel spus defazajul pe care reflexia îl produce între unda inversă și unda directă. Dacă linia de transmisie este fără pierderi atunci amplitudinile undelor (atât directă cât și inversă) rămân constante în modul de-a lungul axei x . Și termenul $|\Gamma_0| \cdot e^{j(\Phi_0 + 2\beta x)}$ rămâne constant în modul de-a lungul axei x , chiar dacă faza lui va avea o variație de două ori mai rapidă decât a undei directe. Rezultă din ecuația (28) că de-a lungul liniei de transmisie unda staționară care se formează trece printr-o serie de maxime și minime de amplitudine în anumite poziții fixe, care nu depind de timp. Să luăm cazul undei de tensiune. Atunci când $\Phi_0 + 2 \cdot \beta \cdot x$ este multiplu impar de π , atunci unda directă se va afla în antifază cu unda inversă iar suma lor va avea amplitudine minimă, precum în prima din ecuațiile (29). Atunci când $\Phi_0 + 2 \cdot \beta \cdot x$ este multiplu par de π , atunci unda directă se va afla în fază cu unda inversă și rezultanta lor va avea amplitudine maximă, precum în a doua ecuație (29).

$$\begin{aligned} u(z, t) &= U^+(0) e^{j(\omega t - \beta x)} (1 - |\Gamma_0|), \text{ pentru } \Phi_0 + 2\beta x = (2n + 1)\pi \\ u(z, t) &= U^+(0) e^{j(\omega t - \beta x)} (1 + |\Gamma_0|), \text{ pentru } \Phi_0 + 2\beta x = (2n + 0)\pi \end{aligned} \quad (29)$$

Am reintrodus în ecuația (29) dependența temporală a amplitudinii undelor pentru a ne reaminti că atunci când am trecut de la (6) la (7) am simplificat termenul de variație temporală $e^{j\omega t}$. Ecuația (29) atestă observația conform căreia poziția x a maximelor și minimelor nu se modifică în spațiu, dar amplitudinea lor se modifică în timp cu aceeași frecvență cu care se modifică și undele directă și inversă. Fenomenul rezultat este analog formării undelor staționare din orice alt domeniu (în acustică de exemplu se formează unde staționare la o coardă de chitară care vibrează).

Raportul sau factorul de undă staționară (*VSWR – Voltage Standing Wave Ratio, SWR* sau σ) se definește ca raportul dintre maximul și minimul amplitudinii undei staționare, rezultate din compunerea undei directe cu cea reflectată:

$$\sigma = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (30)$$

Deoarece acest raport crește pe măsură ce modulul coeficientului de reflexie se depărtează de zero, putem spune că și el ne oferă o bună indicație asupra gradului de neacordare a sarcinii la impedanța liniilor de transmisie. Ținând cont că modulul $|\Gamma_0|$ este cuprins între 0 și 1, raportul σ va lua valori reale cuprinse între 1 și ∞ .

Puterea consumată pe liniile fără pierderi este constantă de-a lungul liniei, deoarece linia nu consumă în niciun fel energia provenită de la generator. Puterea este consumată doar la capătul liniei, pe sarcină, de aceea nu va depinde nici de lungimea liniei de transmisie (dacă aceasta este fără pierderi!!!). Dar căderea de tensiune pe care o măsurăm într-un punct al liniei (ceea ce măsurăm este unda staționară rezultată din compunerea undei directe cu cea inversă) variază în funcție de poziția pe linie. Rezultă atunci că pentru a fi în acord cu legea conservării energiei, și impedanța pe care o măsurăm va varia de-a lungul liniei, simultan cu variația tensiunii totale.

Vom schimba axa de coordonate, și în loc să considerăm ca axă longitudinală axa x care are aceeași direcție cu unda directă, vom considera ca axă longitudinală axa inversă, care pornește de la sarcină spre generator (Fig. 3.4). Să aflăm așadar cum variază impedanța de intrare în linie, în funcție de distanța de la sarcină (L). Pentru aceasta vom înlocui x cu $-L$ în toate formulele precedente. De exemplu pentru coeficientul de reflexie am avea după înlocuire în formula (26):

$$\Gamma_L = \Gamma_0 \cdot e^{-j \cdot 2\beta L} \quad (31)$$

Impedanța de intrare în linie Z_i la o distanță față de sarcină L se definește ca raportul dintre tensiunea și curentul din linia de transmisie la acea distanță față de sarcină:

$$Z_i(L) = \frac{U(x)}{I(x)} = \frac{U_0^+ e^{j\beta L} (1 + |\Gamma_0| e^{j(\phi_0 - 2\beta L)})}{\frac{U_0^+}{Z_C} \cdot e^{j\beta L} (1 - |\Gamma_0| e^{j(\phi_0 - 2\beta L)})} = Z_C \cdot \frac{1 + \Gamma e^{-j2\beta L}}{1 - \Gamma e^{-j2\beta L}} \quad (32)$$

Pentru a obține (32) ne-am folosit de ecuația (28). Putem în continuare să prelucrăm ecuația pentru impedanța de intrare dacă ne folosim de (24) și înmulțim atât numărătorul cât și numitorul cu $e^{j2\beta L}$:

$$\begin{aligned} Z_i(L) &= Z_C \cdot \frac{(Z_S + Z_C)e^{+j\beta L} + (Z_S - Z_C)e^{-j\beta L}}{(Z_S + Z_C)e^{+j\beta L} - (Z_S - Z_C)e^{-j\beta L}} \\ &= Z_C \cdot \frac{Z_S \cos(\beta L) + jZ_C \cdot \sin(\beta L)}{Z_C \cos(\beta L) + jZ_S \cdot \sin(\beta L)} \\ &= Z_C \cdot \frac{Z_S + jZ_C \cdot \tan(\beta L)}{Z_C + jZ_S \cdot \tan(\beta L)} \end{aligned} \quad (33)$$

Folosind ecuația (33) putem calcula impedanța Z_i la intrarea oricărei linii de circuit fără pierderi, cunoscând lungimea liniei (distanța L până la sarcină), impedanța caracteristică Z_C a liniei și impedanța Z_S a sarcinii.

3.5. Cazuri particulare

Sunt câteva cazuri speciale de linii de transmisie fără pierderi în funcție de terminația de la capătul lor, pe care le veți întâlni des în practică și în aplicațiile viitoare la acest curs.

Primul dintre acestea este reprezentat în Fig. 3.5.a și este cel al unei linii de circuit terminate în scurt. Pentru aceasta Z_S este nul, ceea ce înseamnă că impedanța de intrare Z_i la o distanță L de sarcină este:

$$Z_{i,sc}(L) = j \cdot Z_C \tan(\beta L) \quad (34)$$

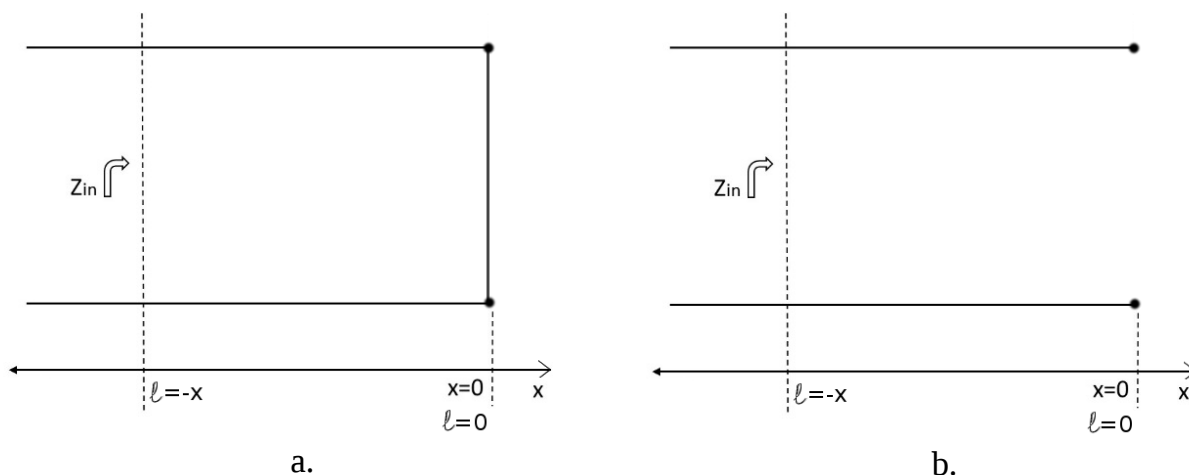


Fig. 3.5. O linie de transmisie terminată în două cazuri particulare, dar foarte frecvente: a. terminată în scurt, b. terminată în gol.

Se observă din (34) că impedanța $Z_{i,sc}$ este pur reactivă (imaginară) indiferent de distanța dintre sarcină și punctul în care măsurăm impedanța. Perioada de repetiție spațială este aceeași ca la unda staționară de tensiune, anume $\lambda/2$, după cum se poate observa și din Fig. 3.6a, unde este reprezentată variația impedanței de intrare în funcție de distanța față de sarcină (scurt).

Al doilea caz special este cel al unei linii de transmisie terminată în gol (Fig. 3.5.b). Pentru aceasta impedanța de intrare variază în funcție de distanța până la sarcină după formula:

$$Z_{i,gol}(L) = -j \cdot Z_C \cdot \cotan(\beta L) \quad (35)$$

Ca și în cazul precedent, impedanța $Z_{i,gol}$ este pur reactivă (imaginară) indiferent de distanța dintre sarcină și punctul în care o măsurăm. În Fig. 3.6b se poate observa variația impedanței de intrare în funcție de distanța față de sarcină (gol). Impedanțele (34) și (35) au aceeași perioadă de repetiție ($\lambda/2$). Mai mult decât atât, se poate observa din Fig. 3.6 cum cele două variații sunt identice, dar defazate cu $\lambda/4$. Altfel spus, o linie terminată în scurt se comportă ca și cum ar fi un gol la frecvența de lucru dacă are o lungime egală cu un sfert din lungimea de undă. Vice-versa este valabilă și ea.

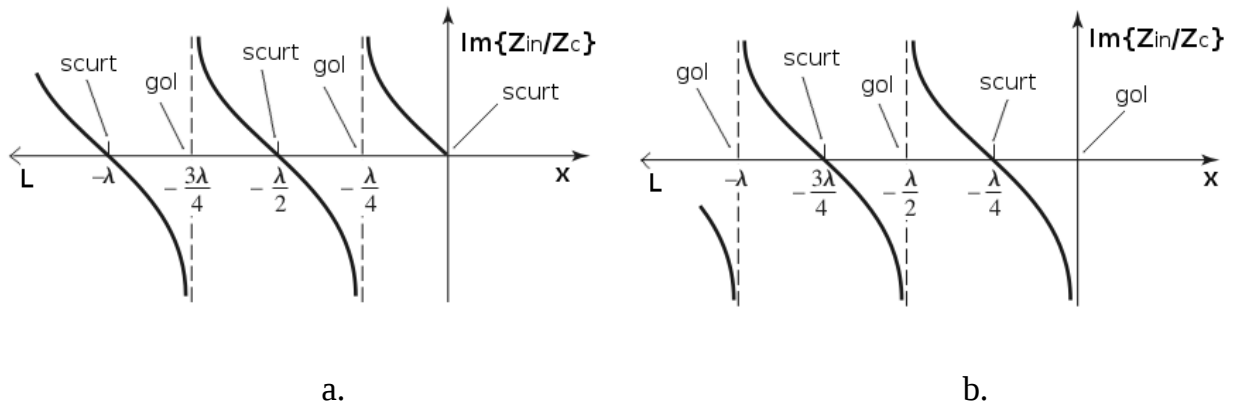


Fig. 3.6. Variația impedanței de intrare în cele două cazuri particulare din Fig. 3.5: a. linie terminată în scurt; b. linie terminată în gol

Un alt tip de cazuri speciale se referă la lungimea liniei de transmisie. Considerând că avem o sarcină oarecare dar o lungime a liniei de transmisie de $\lambda/2$, înlocuind în formula (33) obținem pentru impedanța de intrare valoarea:

$$Z_i(\lambda/2) = Z_i(0) = Z_S \quad (36)$$

Rezultatul din ecuația (36) era de așteptat ținând cont că perioada de repetiție a impedanței de intrare este de $(\lambda/2)$.

Un ultim caz special pe care-l vom analiza este cel al *liniei sfert de undă*, la care lungimea liniei $L = \lambda/4$. Tot din ecuația (33) rezultă:

$$Z_i(\lambda/4) = \frac{Z_C^2}{Z_S} \quad (37)$$

3.6. Linia de transmisie ca element uniport

Această secțiune va trata posibilitatea utilizării unei linii de transmisie ca element de circuit. Se va trata întâi cazul folosirii unei linii ca uniport pentru aplicațiile care necesită frecvențe mari de funcționare, din domeniul microundelor. Vom vedea cum o linie de transmisie, la aceste frecvențe, poate înlocui cu succes un condensator sau o bobină. În partea a doua a cursului vom trata cazul folosirii unei linii de transmisie ca diport pentru compensarea neadaptării unui circuit de microunde.

Liniile de transmisie pot fi folosite nu numai la transmisia energiei electromagnetice la distanță, așa cum ar da de înțeles numele lor, ci și la înlocuirea cu succes a unor elemente concentrate, precum condensatoarele și bobinele de valori mici ale capacității, respectiv inductanței. Această înlocuire se poate face cel mai ușor atunci când lungimea necesară tronsonului de linie care are rol de uniport este mult mai mică decât lungimea de undă a radiației folosite. În acest caz echivalența se respectă nu doar pentru o singură frecvență, cu singura condiție ca $L \ll \lambda$.

Vom considera inițial cazul unei linii de transmisie terminată în scurt. Dacă aproximăm formula (34) pentru condiția $L \ll \lambda$ (echivalent cu produsul βL foarte mic) obținem:

$$Z_{i,sc}(L) = j \cdot Z_C \tan(\beta L) \simeq j \cdot Z_C \beta L$$

$$Z_{i,sc}(L) \simeq j \cdot Z_C \frac{\omega}{c} L \quad (38)$$

Se poate observa că formula (38) seamănă cu formula de calcul a impedanței unei bobine de inductanță L_{ech} , în care inductanța echivalentă este:

$$L_{ech}(L) \simeq \frac{Z_C}{c} L \quad (39)$$

În ecuația (39) s-a notat cu L lungimea tronsonului de linie terminat în scurt, iar cu L_{ech} inductanța echivalentă a acestui tronson de linie. Considerând că formulele (38) și (39) au fost obținute în condițiile unei linii fără pierderi, putem în continuare înlocui Z_C și c în funcție de parametrii lineici (L_0 și C_0) ai unei linii fără pierderi, obținând:

$$L_{ech}(L) \simeq L_0 \cdot L \quad (40)$$

Aceleași operații pot fi aplicate și în cazul unui tronson de linie terminat în gol, dacă plecăm de la ecuația (35):

$$Z_{i,gol}(L) = -j \cdot Z_C \cdot c \tan(\beta L) \simeq -j \frac{c \cdot Z_C}{\omega \cdot L} \quad (41)$$

Observăm din formula (41) că impedanța într-o linie de transmisie scurtă (comparativ cu lungimea de undă) terminată în gol se comportă ca și cum ar aparține unui condensator de capacitate echivalentă:

$$C_{ech}(L) \simeq \frac{1}{Z_C \cdot c} L \quad (42)$$

Aplicând formulele ce leagă impedanța caracteristică și viteza de fază de parametrii lineici ai liniilor de transmisie, obținem:

$$C_{ech}(L) \simeq C_0 \cdot L \quad (43)$$

Pe lângă posibilitatea de a înlocui componente cu parametri concentrați, liniile de transmisie pot înlocui blocuri întregi funcționale, cum este cazul rezonatoarelor. O linie terminată în scurt de exemplu are pentru fiecare lungime de undă care verifică relația (44) o rezonanță serie:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (44)$$

unde n este orice număr întreg pozitiv.

Aceași relație (44) este respectată de orice linie terminată în gol în raport cu rezonanțele sale de shunt.

3.7. Linia de transmisie ca element diport

Un element diport de circuit este elementul care are atât o poartă (două borne) de intrare, precum și o poartă (alte două borne) de ieșire. Se poate vedea în Fig. 3.7. cum o linie de transmisie respectă această definiție a diportului. Un diport se consideră complet caracterizat prin cunoașterea oricăreia din cele trei matrici $[Z]$, $[Y]$ sau $[S]$ de dimensiune 2×2 .

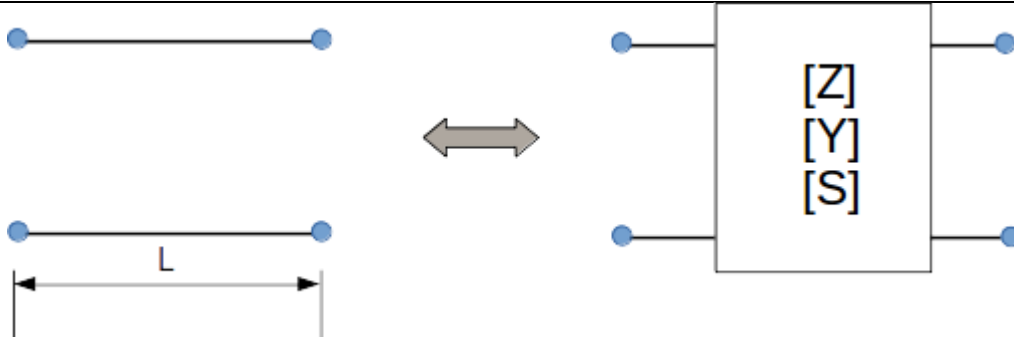


Fig. 3.7. O linie de transmisie (stânga) poate fi echivalată cu un dipol (dreapta) caracterizat de una din matricile [S], [Z] sau [Y]

Pentru măsurarea parametrilor de impedanță [Z] ai unui diport oarecare, trebuie ca una dintre porți (acolo unde nu se măsoară curentul) să fie ținută în gol. Cei patru parametri ai unui diport vor fi așadar:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_1}{I_1} \big|_{I_2=0} & \frac{U_1}{I_2} \big|_{I_1=0} \\ \frac{U_2}{I_1} \big|_{I_2=0} & \frac{U_2}{I_2} \big|_{I_1=0} \end{bmatrix} \quad (45)$$

Dacă ținem cont de ecuația (35) care leagă impedanța la intrarea circuitului de lungimea L a liniei terminată în gol, rezultă că matricea [Z] pentru o linie de transmisie este:

$$Z = \begin{bmatrix} -j \cdot Z_c \cdot \tan(\beta L) & Z_{12} \\ Z_{21} & -j \cdot Z_c \cdot \tan(\beta L) \end{bmatrix} \quad (46)$$

Pentru aflarea parametrului Z_{21} (Z_{12} este egal cu el datorită simetriei sistemului) ne vom folosi de ecuațiile (25) pentru pozițiile $x=0$ (portul 2) și $x=-L$ (portul 1). Pentru poziția $x=0$ știm că $I_2=0$. Din aceasta rezultă că $\Gamma_0=+1$ (ceea ce putea fi dedus și din diagrama Smith pentru terminația de gol. Înlocuind $\Gamma_0=+1$ în ecuațiile (25) pentru tensiunea U la poziția $x=0$ și pentru curentul I la poziția $x=-L$ rezultă:

$$\begin{aligned} U_2 &= U(0) = U_0^+ \cdot 2 \\ I_1 &= I(-L) = \frac{U_0^+}{Z_c} (e^{+j\beta L} - e^{-j\beta L}) = 2 \cdot j \frac{U_0^+ \sin(\beta L)}{Z_c} \end{aligned} \quad (47)$$

Făcând raportul ecuațiilor (47) pentru a afla Z_{21} putem scrie forma finală a matricii [Z] din (46):

$$Z = \begin{bmatrix} -j \cdot Z_c \cdot \tan(\beta L) & -j \frac{Z_c}{\sin(\beta L)} \\ -j \frac{Z_c}{\sin(\beta L)} & -j \cdot Z_c \cdot \tan(\beta L) \end{bmatrix} \quad (48)$$

Analog putem proceda pentru aflarea matricii admitanțelor [Y], ținând cont că măsurarea acestora se face punând în scurt portul unde nu se măsoară tensiunea.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_1}{U_1} \big|_{U_2=0} & \frac{I_1}{U_2} \big|_{U_1=0} \\ \frac{I_2}{U_1} \big|_{U_2=0} & \frac{I_2}{U_2} \big|_{U_1=0} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Este suficient, ca și în cazul precedent, să calculăm doar parametrii Y_{11} și Y_{21} , din moment ce ceilalți doi, datorită simetriei, vor avea aceleași valori. Pentru calcularea celor doi parametri vom pune $\Gamma_0 = -1$ (condiția de scurt) și vom scrie ecuațiile (25) pentru $x=0$ și pentru $x=-L$:

$$\begin{aligned} U_2 &= U(0) = 0 \\ I_2 &= I(0) = \frac{2U_0^+}{Z_c} \\ U_1 &= U(-L) = U_0^+(e^{+j\beta L} - e^{-j\beta L}) \\ I_1 &= I(-L) = \frac{U_0^+}{Z_c}(e^{+j\beta L} + e^{-j\beta L}) \end{aligned} \quad (50)$$

Calculând raporturile dintre ecuațiile (50) conform formulelor din (49) rezultă forma finală a matricii $[Y]$:

$$Y = \begin{bmatrix} -j \cdot Y_c \cdot \cotan(\beta L) & -j \frac{Y_c}{\sin(\beta L)} \\ -j \frac{Y_c}{\sin(\beta L)} & -j \cdot Y_c \cdot \cotan(\beta L) \end{bmatrix} \quad (51)$$

Un alt set de parametri prin care se poate caracteriza complet un diport este cel al parametrilor de repartitie $[S]$ (*scattering*). Analog cu felul în care am calculat parametrii matricelor $[Z]$ și $[Y]$ ca raporturi între tensiuni și curenți, elementele matricii $[S]$ constituie și ei la rândul fiecăre lor câte un raport, dar între unde de putere. În general undele de putere a și b pot fi definite în funcție de undele de tensiune și curenți:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{U_1 + Z_c \cdot I_1}{2\sqrt{Z_c}} \Rightarrow \text{pentru linie de transmisie } a_1 = \frac{U_1^+}{\sqrt{Z_c}} \\ b_1 &= \frac{U_1 - Z_c \cdot I_1}{2\sqrt{Z_c}} \Rightarrow \text{pentru linie de transmisie } b_1 = \frac{U_1^-}{\sqrt{Z_c}} \end{aligned} \quad (52)$$

Sistemul de ecuații (52) a fost scris pentru doar pentru cazul primului port (Fig. 3.8) al diportului și a fost particularizat pentru cazul unei linii de transmisie. Analog se pot defini și undele de putere și pentru portul al doilea al diportului, fiind atenți la inversarea sensului undelor:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{U_2 - Z_c \cdot I_2}{2\sqrt{Z_c}} \Rightarrow \text{pentru linie de transmisie } a_2 = \frac{U_2^-}{\sqrt{Z_c}} \\ b_2 &= \frac{U_2 + Z_c \cdot I_2}{2\sqrt{Z_c}} \Rightarrow \text{pentru linie de transmisie } b_2 = \frac{U_2^+}{\sqrt{Z_c}} \end{aligned} \quad (53)$$

Tinând cont că termenii U^+ și U^- reprezintă amplitudinile undelor directă și inversă (și nu sunt mărimi de tensiune continuă), atunci în cazul general puterea consumată într-un port al circuitului este egală cu:

$$P = \frac{1}{2} (|a|^2 - |b|^2) \quad (54)$$

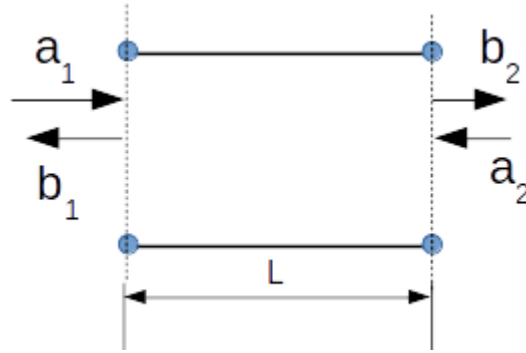


Fig. 3.8. Reprezentarea undelor de putere pentru un diport format dintr-o linie de transmisie de lungime L

Parametrii matricei $[S]$ vor fi definiți așadar ca raport între undele de putere care ies din diport (undele b) și unda care intră într-unul din porțile diportului (unda a_1 sau unda a_2), în condițiile în care în cealaltă poartă nu există undă de intrare:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_1}{a_1} |_{a_2=0} & \frac{b_1}{a_2} |_{a_1=0} \\ \frac{b_2}{a_1} |_{a_2=0} & \frac{b_2}{a_2} |_{a_1=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_1^-}{U_1^+} |_{U_2^-=0} & \frac{U_1^-}{U_2^-} |_{U_1^+=0} \\ \frac{U_2^-}{U_1^+} |_{U_2^-=0} & \frac{U_2^-}{U_2^-} |_{U_1^+=0} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Pentru cazul particular al unei linii de transmisie fără pierderi de lungime L , matricea de repartiție devine:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta L} \\ e^{-j\beta L} & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

Pentru măsurarea parametrilor $[S]$ ai unui diport oarecare, se folosesc de regulă analizoarele vectoriale de rețea (VNA - Vector Network Analyzer). De regulă legătura dintre diport și analizorul vectorial se face prin cabluri de impedanță caracteristică egală cu impedanța analizorului. Aceste cabluri coaxiale de lungime L_1 și L_2 vor introduce un defazaj între undele de la porțile analizorului și undele de la porțile diportului, ceea ce va duce la o diferență de fază între parametri $[S']$ afișați de analizor și parametri $[S]$ reali ai diportului (Fig. 3.9).

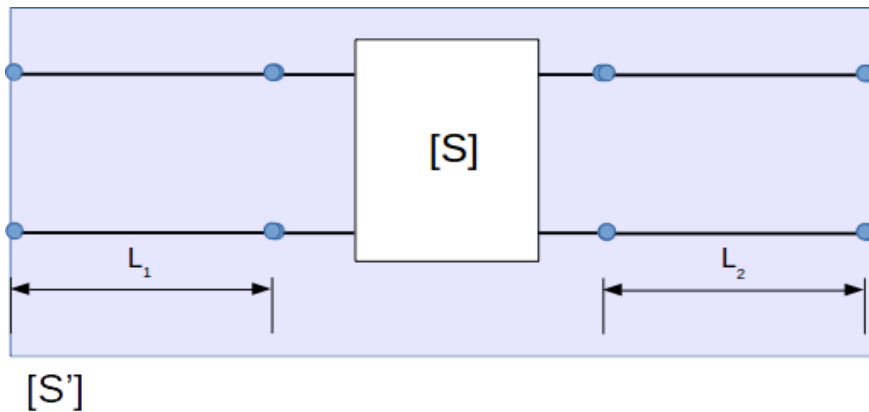


Fig. 3.9. Matricea $[S']$ măsurată de un analizor de rețea include și efectul cablurilor de legătură

Relația matematică care leagă $[S']$ de $[S]$ este următoarea:

$$[S'] = [F][S][F], \text{ unde } [F] = \begin{bmatrix} e^{-j\beta L_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta L_2} \end{bmatrix} \quad (57)$$

Un diport se consideră complet descris dacă se cunoaște oricare dintre matricile $[S]$, $[Z]$ sau $[Y]$. Există relații de transformare între oricare pereche de matrici. De exemplu, relațiile matematice de legătură dintre matricile $[S]$ și $[Z]$ sunt:

$$\begin{aligned} Z &= (I - S)^{-1}(I + S)Z_c \\ S &= (Z - Z_c I)(Z + Z_c I)^{-1} \end{aligned} \quad (58)$$

unde $[I]$ este matricea unitate (matricea care are pe diagonala principală elemente de “1” și “0” în rest).

3.8. Diagrama Smith

Diagrama Smith este în prezent cea mai populară unealtă pentru rezolvarea problemelor ce țin de liniile de transmisie. Dar aceasta nu este singurul ei avantaj. Utilizarea ei în universitățile tehnice (chiar dacă în prezent există aplicații care rezolvă automat problemele cu circuite de microunde) aduce un plus de înțelegere intuitivă a diferențelor dintre circuitele clasice (de frecvențe mici) și cele de microunde.

În afara faptului că folosește la îmbunătățirea gândirii intuitive și că permite rezolvarea rapidă a aplicațiilor cu linii de transmisie, diagrama Smith este folosită și la afișarea unor parametri ai dispozitivelor de frecvențe mari. Ca exemplu o să arătăm la sfârșitul acestei secțiuni două grafice desprinse din foile de catalog despre impedanța sau admitanța de intrare, în funcție de frecvență și curent.

Inventatorul diagramei care îi poartă numele este P. Smith de la Bell Telephone Laboratories, în anul 1939. Pe lângă prezența diagramei în format A3 sau A4, mai aveți nevoie pentru rezolvarea aplicațiilor expuse în această secțiune și de cel puțin o riglă. Mai puteți folosi și un compas și raportor, dar aceste două din urmă instrumente nu sunt strict necesare, deoarece unghiurile sunt marcate pe marginea diagramei.

3.8.1. Mod de utilizare al diagramei

Coeficientul de reflexie poate fi reprezentat printr-un punct în coordonatele polare ale diagramei Smith, în care amplitudinea coeficientului este desemnată de segmentul care unește punctul respectiv de centrul diagramei, iar faza de unghiul dintre axa orizontală și segmentul amplitudinii (Fig. 3.10).

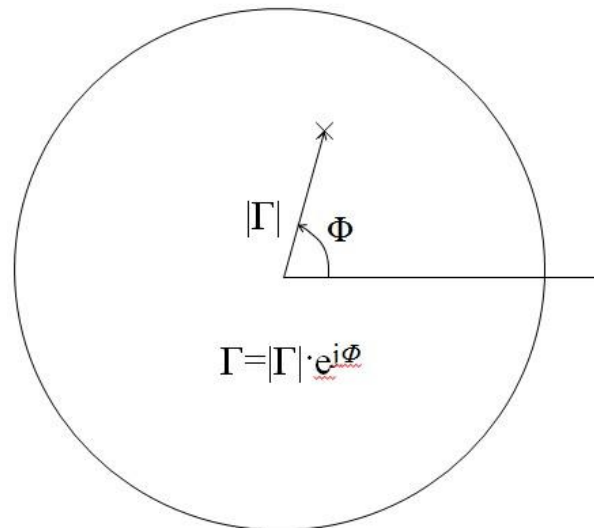


Fig. 3.10. Reprezentarea coeficientului de reflexie pe diagrama Smith folosind coordonate polare pentru amplitudine și fază

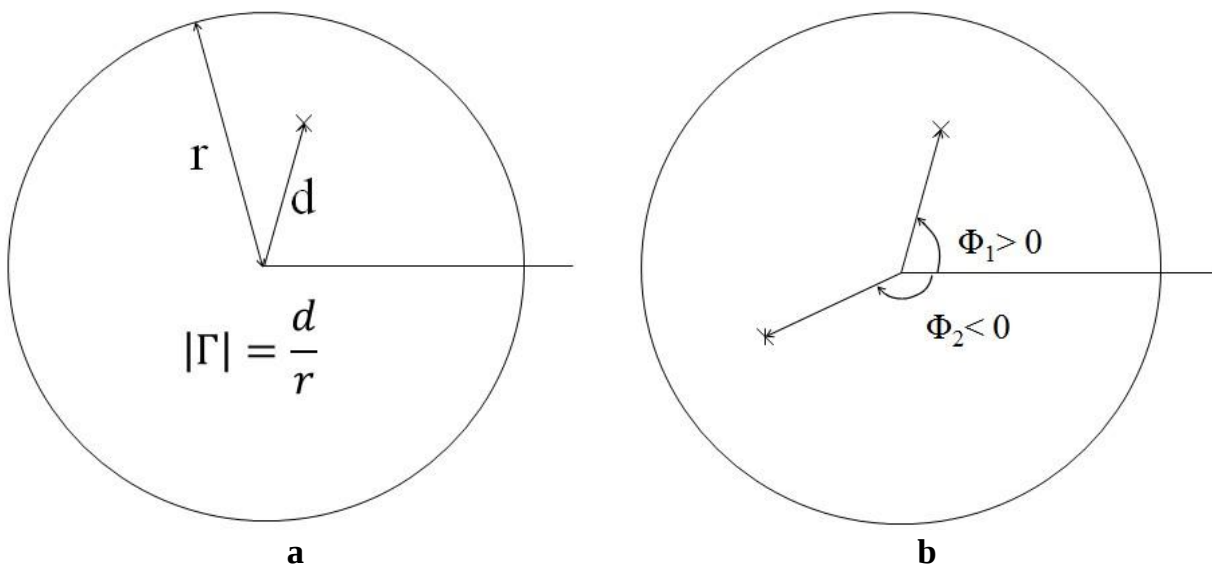


Fig. 3.11. Măsurarea coeficientului de reflexie pe diagrama Smith folosind o riglă și un raportor: a. măsurarea amplitudinii; b. măsurarea fazei.

Măsurarea amplitudinii $|\Gamma|$ se poate face divizând lungimea segmentului ce reprezintă coeficientul de reflexie la raza diagramei (Fig. 3.11-a). Faza în schimb se măsoară în sensul invers acelor de ceasornic pentru unghiurile pozitive (precum unghiul ϕ_1 din Fig. 3.11-b). Dacă un unghi are valoare negativă, măsurarea lui se face în schimb în sensul acelor de ceasornic. Deplasările de la sarcină spre generator (Fig. 3.12) în sensul pozitiv al coordonatei “L” se reprezintă pe diagrama Smith drept o rotație cu un unghi negativ, adică în sensul acelor de ceasornic (Fig. 3.13). Se observă în Fig. 3.13. cum pentru o linie fără pierderi, modulul coeficientului de reflexie Γ rămâne constant la deplasarea de-a lungul liniei.

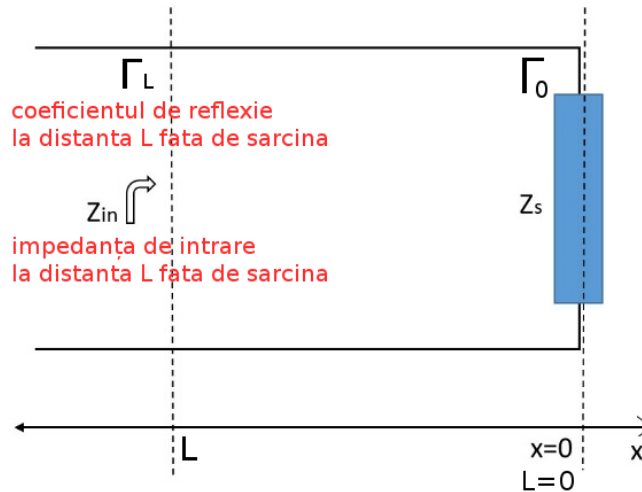


Fig. 3.12. Linie de transmisie în care sarcina (dreapta) este la coordonata $L=0$, iar generatorul la coordonata L pozitivă ($L>0$)

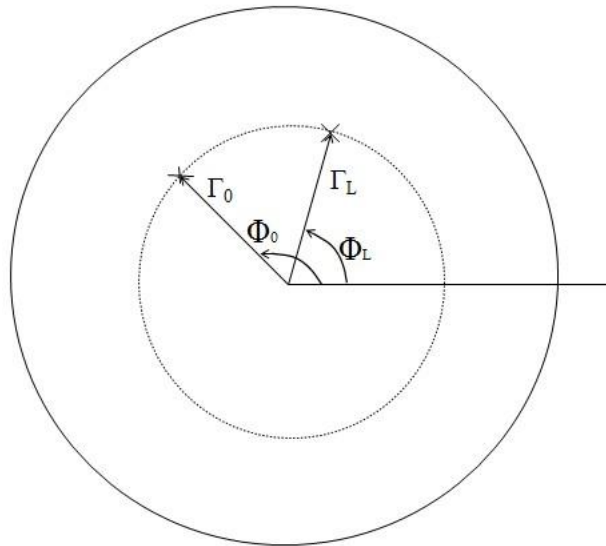


Fig. 3.13. Deplasarea de-a lungul unei linii de transmisie fără pierderi de la sarcină spre generator este reprezentată drept o rotație în jurul centrului diagramei Smith în sensul acelor de ceasornic

În Fig. 3.13 s-a notat coeficientul de reflexie la sarcină drept $\Gamma_0 = |\Gamma_0| e^{j\Phi_0}$ în timp ce coeficientul de reflexie în punctul de coordonate “ L ” este notat $\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\Phi_L}$. Unghiul de deplasare pe diagramă între origine (sarcină) și o coordonată oarecare “ L ” va fi notat $\Delta\phi$ și este egal cu:

$$\Delta\phi(L) = -4\pi \frac{L}{\lambda} = -720^\circ \cdot \frac{L}{\lambda} \quad (59)$$

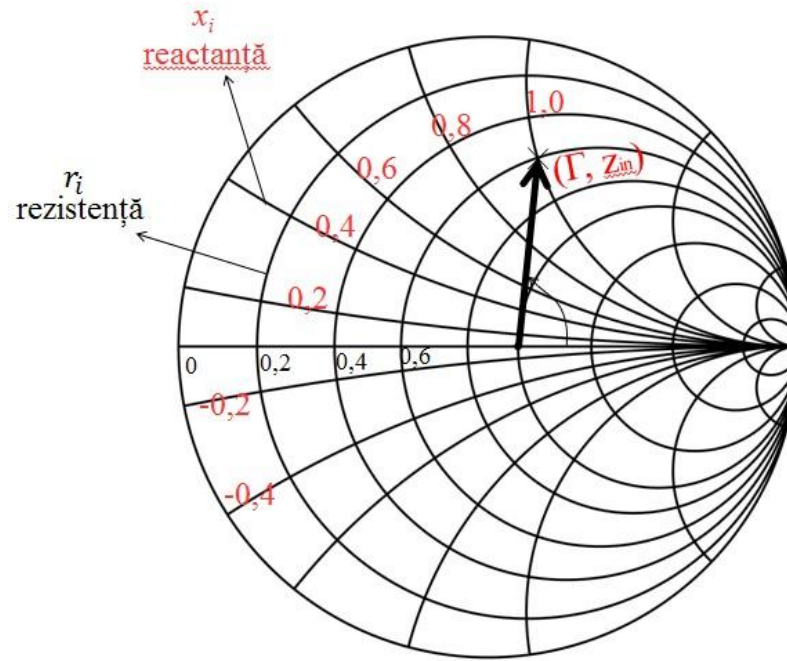


Fig. 3.14. Sistemul de coordonate propriu diagramei Smith oferă informații legate de impedanța de intrare în linie

Fiecare punct de pe diagramă poate fi reprezentat și într-un alt sistem de coordonate față de cele polare despre care am vorbit până acum. Acest al doilea set de coordonate este unul propriu diagramei Smith și exprimă partea reală și imaginară a impedanței normale după formula de mai jos (Fig. 3.14):

$$z_i = \frac{Z_i}{Z_C} = \frac{R_i}{Z_C} + j \frac{X_i}{Z_C} = r_i + j \cdot x_i \quad (60)$$

Atât impedanța de sarcină cât și impedanța măsurată la coordonata „L” față de sarcină sunt reprezentate prin puncte specifice pe diagrama Smith. Trecerea de la un sistem de coordonate la altul este simplu, deoarece fiecare punct de pe diagramă are atât un set de coordonate polare precum (Γ, ϕ) precum și un set de coordonate în sistemul propriu diagramei (r_i, x_i) .

Pentru calcularea impedanței de intrare într-o linie de transmisie, algoritmul de lucru este așadar următorul:

- Se normalizează impedanța de sarcină conform formulei (60) pentru a obține coordonatele normale (r_s, x_s) .
- se plasează un punct pe diagrama Smith în dreptul coordonatelor (r_s, x_s)
- se notează coordonatele polare (Γ_s, ϕ_s) ale punctului marcat
- se calculează unghiul de rotație conform (59) care corespunde deplasării pe linia de transmisie de la sarcină spre generator cu o distanță „L”
- se face rotația în jurul centrului diagramei în sensul acelor de ceasornic cu unghiul calculat anterior ce corespunde deplasării de la sarcină (s) la intrarea în linie (i)
- se notează noile coordonate în ambele sisteme (Γ_i, ϕ_i) și (r_i, x_i) .
- se revine la impedanțe normale prin multiplicarea coordonatelor (r_i, x_i) cu Z_C

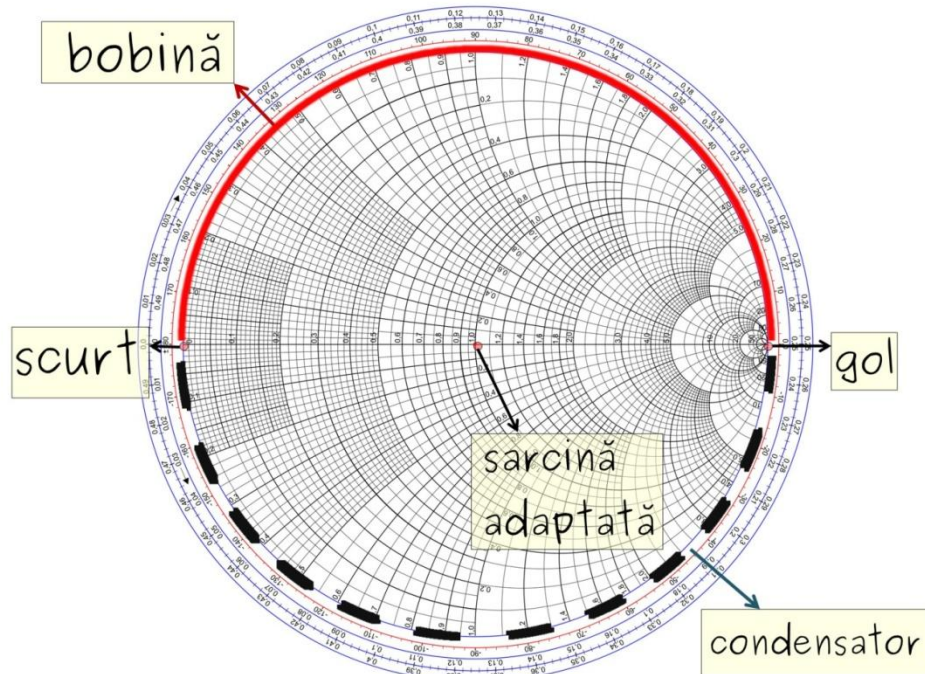
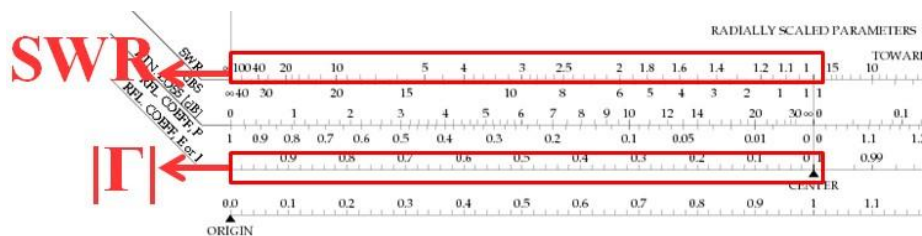


Fig. 3.15. Cazuri particulare marcate pe diagrama Smith

Pentru aflarea modulului coeficientului de reflexie (Γ) există o variantă simplificată față de cea expusă anterior în Fig. 3.11. Varianta simplificată este expusă în Fig. 3.16 și implică folosirea legendei de sub diagramă. Primul set de valori de sus poate fi de asemenea util deoarece reprezintă factorul de undă staționară. Pentru aflarea lui, se folosește o riglă sau un compas cu deschiderea egală cu distanța dintre centrul diagramei și punctul de interes și se va suprapune pe scara de valori de sub diagramă cu vârful compasului poziționat în centrul legendei. Celălalt capăt al compasului va fi îndreptat spre stânga atât pentru citirea factorului de undă staționară (SWR) cât și pentru citirea coeficientului de reflexie.

Fig. 3.16. Citirea raportului de undă staționară (SWR) și a coeficientului de reflexie (Γ) direct pe diagramă

3.8.2. Calcularea impedanței de intrare

Pentru exemplificarea modului de calcul al impedanței de intrare, să dăm exemplul simplu din Fig. 3.17, în care avem o linie de transmisie de lungime $L=1\text{cm}$ și $Z_C=50\Omega$,

umplută cu un dielectric de permitivitate relativă $\epsilon_r=1$, terminată pe o sarcină $Z_S=(30+25j)\Omega$. Ce impedanță este măsurată la la intrarea în linia de transmisie la frecvența de lucru de 10GHz?

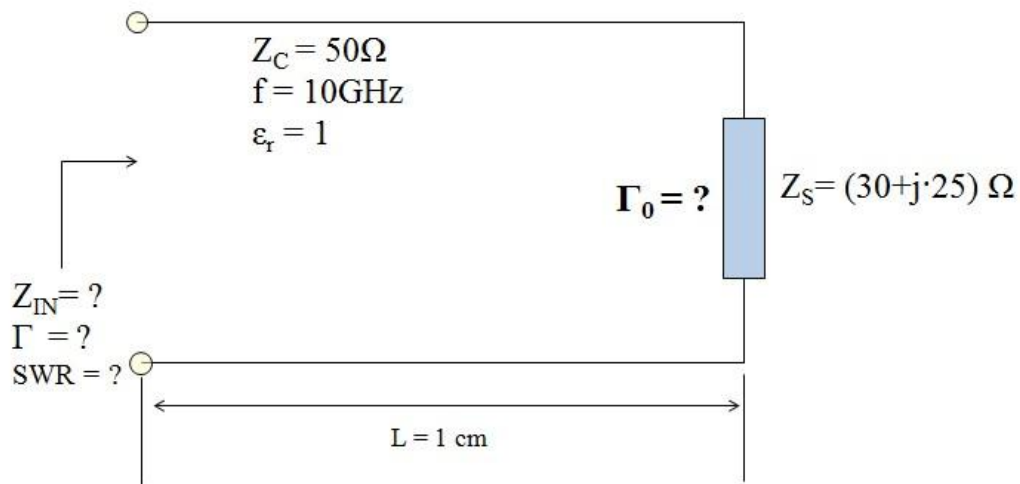


Fig. 3.17. Aplicație folosind diagrama Smith - Calcularea impedanței de intrare într-o linie

Respectând indicațiile expuse în secțiunea precedentă, primul pas este realizarea normării impedanței de sarcină, cf (60):

$$z_s = \frac{Z_S}{Z_C} = \frac{30}{50} + j \frac{25}{50} = 0,6 + j \cdot 0,5$$

Plasăm pe diagrama Smith punctul corespunzător impedanței de sarcină în dreptul coordonatelor calculate (punctul z_s din Fig. 3.18). Pentru a reprezenta influența liniei, trebuie să calculăm unghiul de rotație $\Delta\phi$ folosind (59). Dar pentru aplicarea acesteia, trebuie să aflăm lungimea de undă a radiației în linia de transmisie folosind deja cunoscuta formulă:

$$\lambda = \frac{c_0}{f \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{30 \text{ cm}}{\sqrt{\epsilon_r} \cdot f [\text{GHz}]} = \frac{30 \text{ cm}}{10} = 3 \text{ cm}$$

Putem apoi calcula unghiul de rotație:

$$\Delta\phi(L) = -720^\circ \cdot \frac{L}{\lambda} = -720^\circ \cdot \frac{1 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = -240^\circ$$

Marcăm unghiul de rotație pe diagrama Smith (Fig. 3.18) pentru a găsi impedanța de intrare în linie (z_{in}). Coordonatele lui z_{in} sunt pentru cazul acesta ($r_i=0,55$; $x_i= -0,35$). Se revine din mărimile normate la cele uzuale:

$$Z_{in} = z_{in} \cdot Z_C = (0,55 - 0,35j) \cdot 50 \Omega = (27,5 - 17,5j) \Omega$$

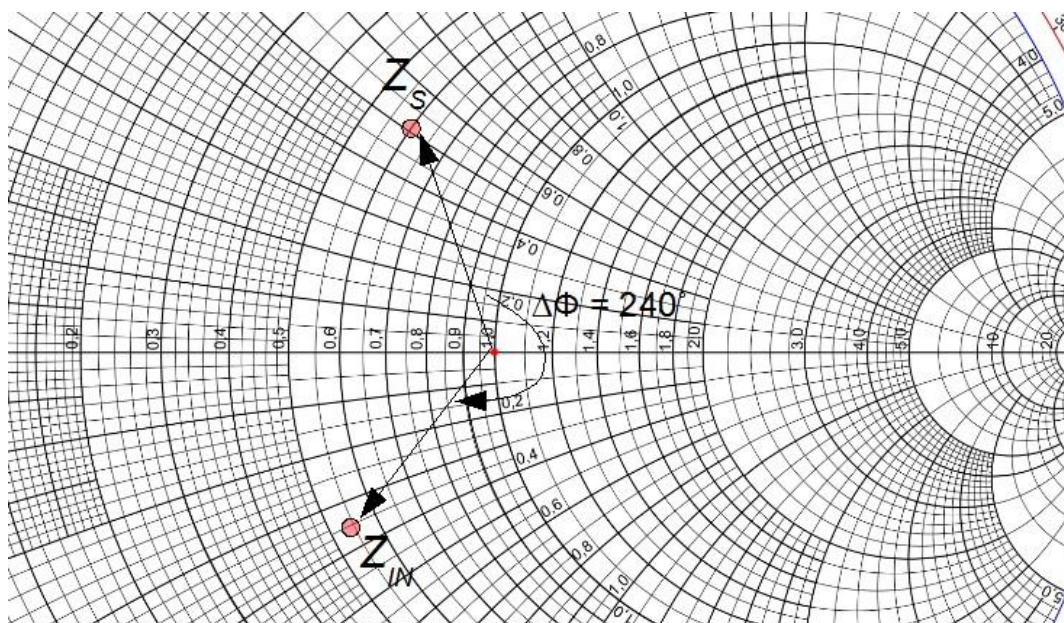


Fig. 3.18. Reprezentarea pe diagrama Smith a circuitului din Fig. 3.17

3.8.3. Realizarea unei impedanțe de intrare pur rezistivă

Prin alegerea unei linii de transmisie de lungime specifică putem transforma impedanța de sarcină complexă într-una pur rezistivă (Fig. 3.19). Pentru aceasta punctul final de pe diagrama Smith trebuie să se situeze pe cercul de reactanță nulă (linia orizontală a diagramei Smith reprezintă de fapt cercul de rază infinită de reactanță nulă).

Să considerăm cazul din Fig. 3.19 în care avem o linie de transmisie de impedanță caracteristică egală cu 25Ω și constantă dielectrică relativă egală cu 3, terminată pe o sarcină de $(50+75j)\Omega$. Ne interesează ca la frecvența de lucru reactanța la intrarea în linie să fie nulă. Această condiție poate fi realizată pentru o multitudine de lungimi specifice ale liniei. Vom considera pentru început cazul lungimii minime necesare pentru ca reactanța (partea imaginară a impedanței) să se anuleze la intrarea în linie.

Ca și în cazul precedent, primul pas este normarea impedanței de sarcină și aflarea lungimii de undă a radiației în linia de transmisie.

$$z_s = \frac{Z_s}{Z_c} = \frac{50}{25} + j \frac{75}{25} = 2 + j \cdot 3$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{30cm}{\sqrt{\epsilon_r} \cdot f[GHz]} = \frac{30cm}{\sqrt{3} \cdot 5} \approx 3,46cm$$

Dacă fixăm punctul de coordonate complexe ($r_s=2$; $x_s=3$) pe diagramă, putem citi și coordonatele sale polare, care în cazul de față sunt ($\Gamma_s=0,74$, $\phi_s=27^\circ$). Pentru a avea reactanță nulă, trebui ca prin rotația generată de linia de transmisie să ajungem pe fie la unghiul polar de $\phi_i=0^\circ$ fie la cel de $\phi_s=\pm 180^\circ$. Cel mai apropiat dintre cele două unghiuri, prin rotație în sensul acelor de ceas (unghiuri negative) este cel de 0° . Rezultă că rotația cauzată de linie subîntinde un unghi de $\Delta\phi=27^\circ$.

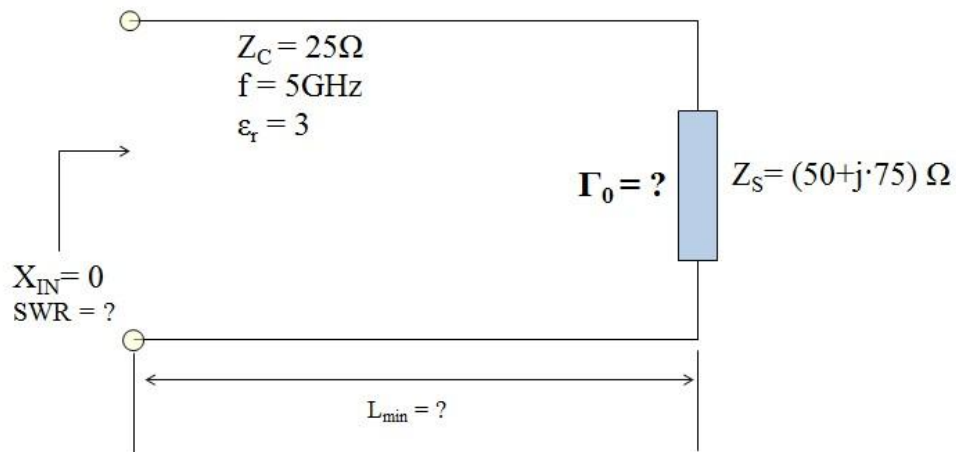


Fig. 3.19. Aplicație folosind diagrama Smith - Calcularea lungimii minime a liniei pentru care impedența de intrare e pur rezistivă

Acest unghi este realizat de o linie de lungime:

$$\Delta\phi(L_{min}) = -720^\circ \cdot \frac{L_{min}}{\lambda} = -720^\circ \cdot \frac{L_{min}}{3,46cm} = -27^\circ$$

Din ecuația de mai sus aflăm lungimea minimă a liniei ca fiind $L_{min} \approx 0,13cm$. Aceasta nu este singura lungime pentru care condiția din enunțul problemei are loc. Condiția are loc pentru toate liniile ale căror diferențe de lungime față de L_{min} sunt multipli de $\lambda/4$.

Putem realiza o reactanță nulă la intrarea liniei de transmisie nu doar prin alegerea judicioasă a lungimii liniei, ci și prin schimbarea frecvenței de lucru. Acest caz este abordat de ultima aplicație a acestui capitol. Considerăm așadar linia de transmisie din Fig. 3.20.

Primul pas este calcularea impedenței normate pentru a stabili punctul de pe diagrama Smith care reprezintă sarcina.

$$z_s = \frac{Z_s}{Z_c} = \frac{25}{50} + j \frac{50}{50} = 0,5 + j \cdot 1$$

Acest punct de coordonate complexe ($r_s=0,5$; $x_s=1$) are coordonatele polare ($\Gamma_s=0,62$; $\phi_s=83^\circ$). Rezultă că pentru a intersecta linia orizontală, trebuie să aibă loc o rotație de $\Delta\phi=-83^\circ$ datorată liniei de transmisie.

$$\Delta\phi(\lambda_{max}) = -720^\circ \cdot \frac{2cm}{\lambda_{max}} = -83^\circ$$

Rezultă din ecuație de mai sus o lungime de undă necesară de $\lambda_{max}=17,35cm$ care corespunde unei frecvențe minime de aproximativ $f_{min} \approx 1,22GHz$.

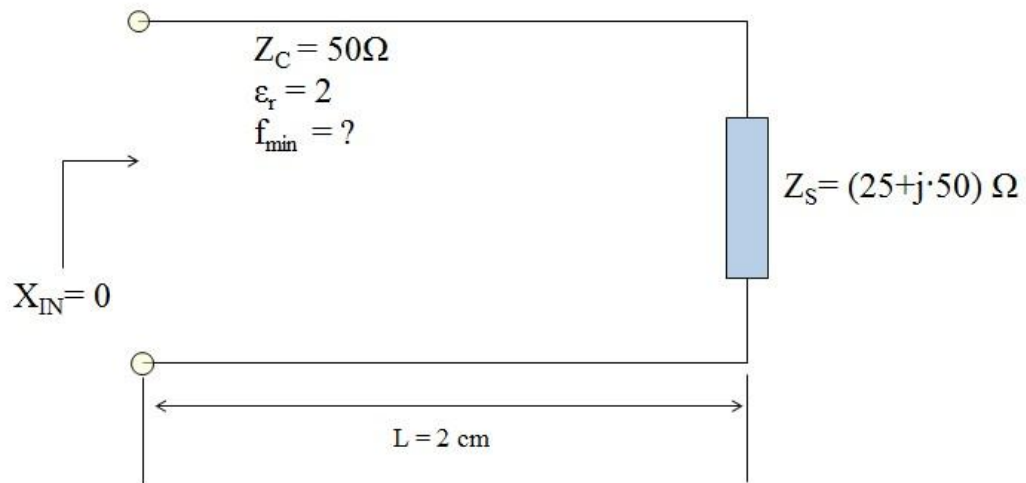


Fig. 3.20. Aplicație folosind diagrama Smith - Calcularea frecvenței minime a liniei pentru care impedanța de intrare este pur rezistivă

3.8.4. Aplicații speciale

Diagrama Smith mai poate fi folosită și pentru reprezentarea coeficientului de reflexie (respectiv a tuturor celorlalte parametri ai matricii [S]) și pentru cazul liniilor cu pierderi general (Fig. 3.21). În acest din urmă caz, o deplasare de-a lungul liniei de transmisie nu mai este reprezentată ca o rotație pe un cerc, ci ca o rotație pe o spirală ce se apropie de punctul central al diagramei pe măsură ce ne apropiem de generator (rotații cu unghiuri negative). În Fig. 3.21 se poate observa cum se poate măsura atenuarea introdusă de linie în dB, măsurând diferența dintre punctele A și B pe scara de valori de sub diagramă, pe linia denumită “Atten”.

O altă aplicație a diagramei Smith este cea de instrument de reprezentare a diferiților parametri ai dispozitivelor electronice de microunde. În acest sens se poate observa în Fig. 3.22 un fragment din foaia de catalog a diodei Schottky (detectoare de microunde) de tip 5082-2755.

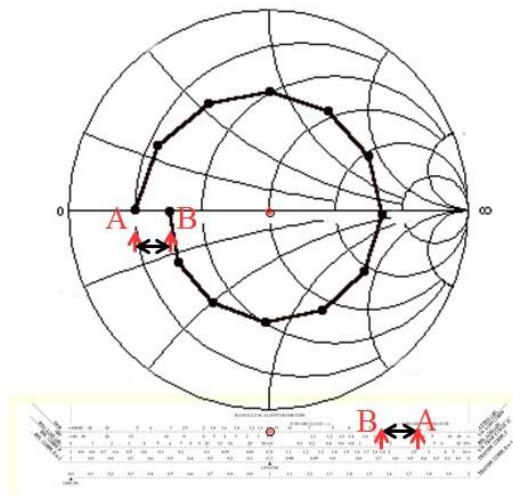


Fig. 3.21. Reprezentarea unei linii cu pierderi pe diagrama Smith

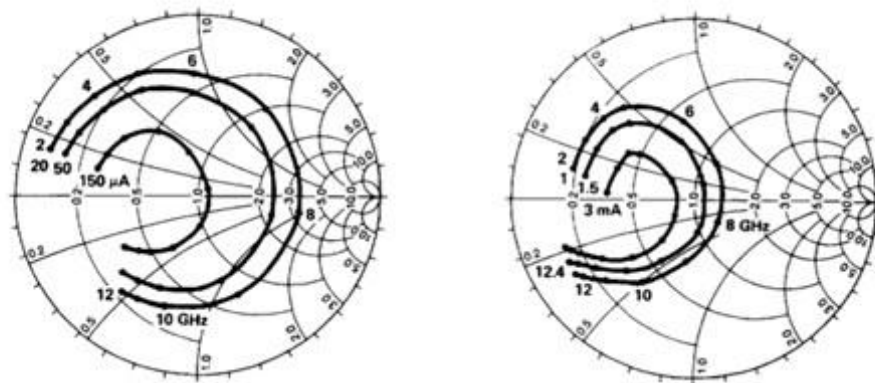


Fig. 3.22. Foaie de catalog pentru reprezentarea admitanței diodei Schottky tip 5082-2755 în funcție de curent și de frecvență pentru două circuite de polarizare diferite: a. polarizare externă; b. auto-polarizare

3.9. Adaptarea impedanței

Adaptarea sarcinii este realizarea potrivirii între impedanța caracteristică a liniei (Z_C) și impedanța sarcinii (Z_S). Pentru realizarea celor două obiective ale adaptării, aceasta trebuie realizată folosind doar componente care nu consumă putere activă.

Obiective ale adaptării:

- maximizarea puterii transmise sarcinii
- minimizarea undei reflectate

3.9.1 Adaptarea unei sarcini pur rezistive folosind o linie de transmisie

Cel mai simplu caz este cel în care sarcina are o impedanță pur rezistivă (61). Adaptarea în acest caz se poate realiza simplu folosind o linie de transmisie de lungime sfert de undă și impedanță caracteristică Z_C' atent aleasă (Fig. 3.23).

$$Z_S = R_S \quad (61)$$

Primul pas este calcularea lungimii liniei de transmisie de adaptare. Pentru acesta folosim (62).

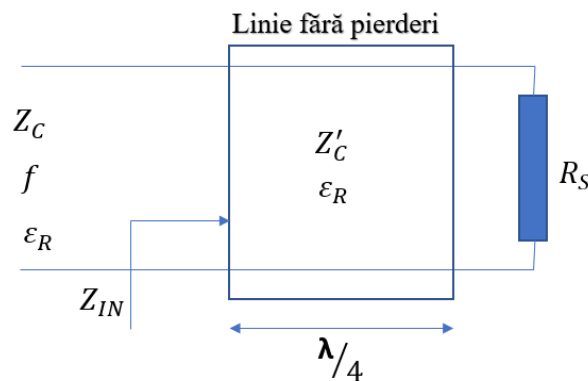


Fig. 3.23. Adaptarea unei sarcini pur rezistive folosind o linie de transmisie de lungime $\lambda/4$

$$\lambda = \frac{C_0}{\sqrt{\epsilon_r} f} \quad (62)$$

Pentru a calcula valoarea impedanței liniei de adaptare, pornim de la condiția de adaptare (63) care poate fi scrisă și prin prisma coeficientului de reflexie (64). Reamintim apoi formula impedanței de intrare într-o linie de transmisie în funcție de lungimea liniei (65). Făcînd în această formulă egalitatea $l=\lambda/4$, obținem (66).

$$Z_{IN} = Z_C \quad (63)$$

$$\Gamma = \frac{Z_{IN} - Z_C}{Z_{IN} + Z_C} = 0 \quad (64)$$

$$Z_{IN} = \frac{Z'_C + jZ'_C \operatorname{tg} \beta l}{Z'_C + jZ_S \operatorname{tg} \beta l} \quad (65)$$

$$Z_{IN} = \frac{Z'^2_C}{Z_S} \quad (66)$$

Obținem din (66) valoarea impedanței caracteristice a liniei care satisface condiția de adaptare:

$$\frac{Z'^2_C}{Z_S} = Z_C \Rightarrow Z'_C = \sqrt{Z_C Z_S} \quad (67)$$

3.9.2. Adaptarea unei sarcini complexe folosind elemente pasive cu parametri concentrați (bobine sau condensatoare)

Un caz mai complicat este cel al circuitelor de microunde terminate pe o sarcină de impedanță complexă (68) care așadar au, pe lângă o componentă rezistivă, și una reactivă. În acest caz adaptarea nu se mai poate face direct folosind o singură linie de transmisie cu lungime predefinită.

$$Z_S = R_S + jX_S \quad (68)$$

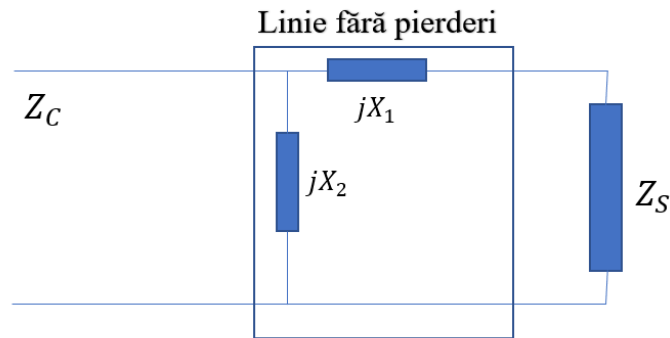


Fig. 3.24. Linie de transmisie fără pierderi terminată pe o sarcină oarecare de impedanță Z_S adaptată folosind două componente pur reactive

Cel mai simplu mod de adaptare în acest caz este folosind două componente pur reactive (Fig. 3.24), una din ele în serie cu sarcina, iar cealaltă în paralel. În funcție de ordinea componentelor (citită de la sarcină) putem avea cazul circuitului paralel-serie (prima componentă este în paralel cu sarcina, iar a doua în serie), reprezentat în Fig. 3.25, și cazul circuitului serie-paralel (în care prima componentă este în serie cu sarcina, iar a doua în paralel) reprezentat în Fig. 3.26.

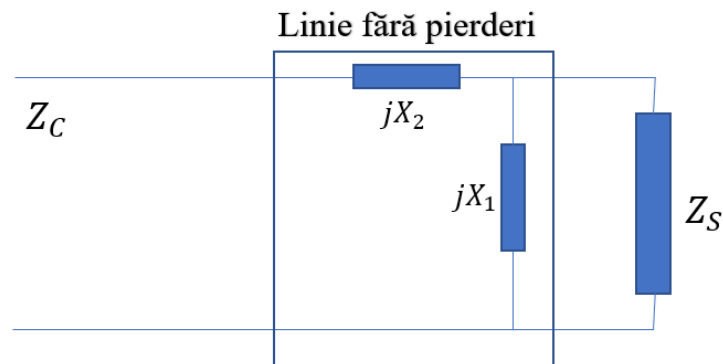


Fig. 3.25. Adaptarea impedanței folosind circuitul de adaptare paralel-serie

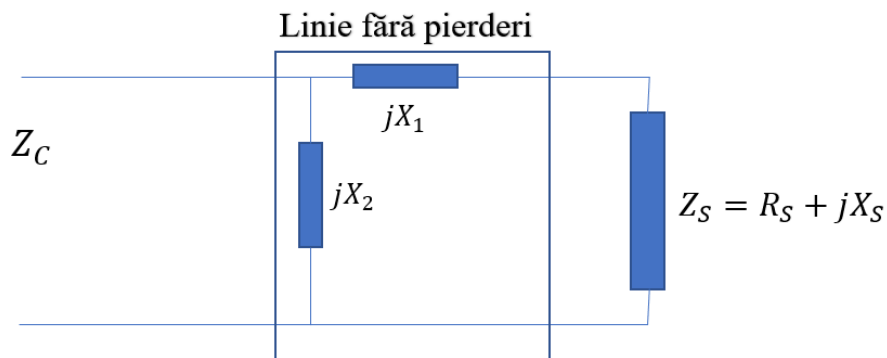


Fig. 3.26. Adaptarea impedanței folosind circuitul de adaptare serie-paralel

O să analizăm în liniile ce urmează cazul circuitului serie-paralel. Pentru acest circuit, impedanța echivalentă a ansamblului sarcină + circuit de adaptare are forma (69). Condiția de adaptare este exprimată în acest caz ca o egalitate între impedanța echivalentă și cea caracteristică a liniei (69). După prelucrarea condiției de adaptare obținem egalitatea (70) care separată în partea ei reală și partea ei imaginară, obținem sistemul (71).

$$Z_{ech} = \frac{[R_S + j(X_1 + X_S)]jX_2}{R_S + j(X_1 + X_2 + X_S)} = Z_C \quad (69)$$

$$jR_S X_2 - X_1 X_2 - X_S X_2 = R_S Z_C + jZ_C(X_1 + X_2 + X_S) \quad (70)$$

$$\begin{cases} R_S X_2 = Z_C X_1 + Z_C X_2 + Z_S X_S \mid : Z_C^2 \\ R_S Z_C + X_1 X_2 + X_S X_2 = 0 \mid : Z_C^2 \end{cases} \quad (71)$$

Normăm sistemul de mai sus folosind impedența caracteristică a liniei și scriem din nou (71) folosind impedențe normate (72).

$$\begin{cases} \overline{R_S} \overline{X_2} = \overline{X_1} + \overline{X_2} + \overline{X_S} \Rightarrow \overline{X_2} = \frac{\overline{X_1} + \overline{X_S}}{\overline{R_S} - 1} \\ \overline{R_S} + \overline{X_1} \overline{X_2} + \overline{X_S} \overline{X_2} = 0 \end{cases} \quad (72)$$

Din prima ecuație (72) scoatem pe X_2 normat și îl înlocuim în a doua, obținând ecuația (73) de gradul 2, cu soluția finală pentru X_1 normat dată în (74). Înlocuind (74) înapoi în (72) aflăm valoarea și pentru X_1 normat. Se observă că avem două soluții diferite ale sistemului (72), care rezultă în două circuite posibile de adaptare de tipul serie-paralel. Același lucru l-am fi obținut și pentru circuitele paralel-serie, ridicând totalul circuitelor posibile de adaptare cu elemente cu parametri concentrați la 4.

$$\begin{aligned} \overline{R_S} + \frac{\overline{X_1} + \overline{X_S}}{\overline{R_S} - 1} (\overline{X_1} + \overline{X_S}) &= 0 \Rightarrow \frac{(\overline{X_1} + \overline{X_S})^2}{\overline{R_S} - 1} = -\overline{R_S} \Rightarrow \\ \Rightarrow (\overline{X_1} + \overline{X_S})^2 &= \overline{R_S}(1 - \overline{R_S}) \Rightarrow (\overline{X_1} + \overline{X_S}) = \pm \sqrt{\overline{R_S}(1 - \overline{R_S})} \end{aligned} \quad (73)$$

$$\Rightarrow \overline{X_1} = -\overline{X_S} \pm \sqrt{\overline{R_S}(1 - \overline{R_S})} \quad (74)$$

$$\overline{X_2} = \frac{\overline{X_1} + \overline{X_S}}{\overline{R_S} - 1} \quad (75)$$

Să luăm și un exemplu practic. Vom realiza ca exemplu adaptarea unei sarcini $Z_S = (25 + j75)\Omega$ la un tronson de linie cu $Z_C = 50\Omega$ ce lucrează la frecvența $f = 1\text{GHz}$ folosind un circuit de tip serie-paralel (Fig. 3.27).

Aflăm pentru început valorile normate pentru R_S și X_S .

$$\overline{Z}_S = \frac{Z_S}{Z_C} = \frac{(25 + j75)\Omega}{50\Omega} = 0.5 + j1.5$$

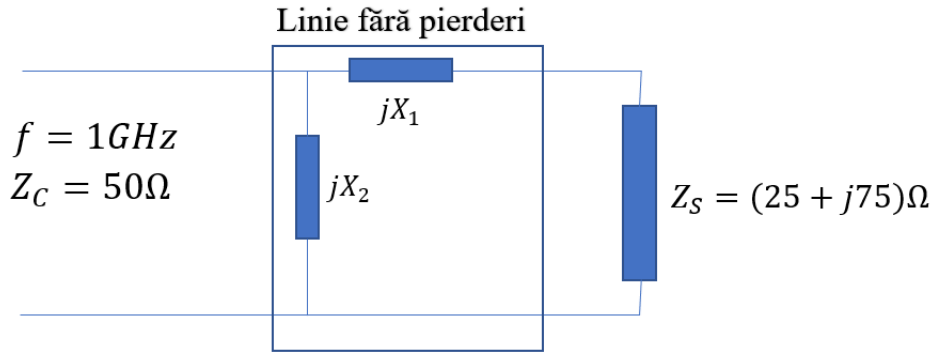


Fig. 3.27. Exemplu practic de adaptare a unei sarcini complexe la un tronson de linie folosind un circuit de tip serie-paralel

Aflăm apoi pe X_1 normat folosind (74):

$$\overline{X}_1 = -1.5 \pm \sqrt{0.5 * 0.5} = -1.5 \pm 0.5$$

Avem două soluții:

$$\overline{X}_1 = -1 \Rightarrow \overline{X}_2 = \frac{-1 + 1.5}{0.5 - 1} = -1$$

Sau

$$\overline{X}_1 = -2 \Rightarrow \overline{X}_2 = \frac{-2 + 1.5}{0.5 - 1} = 1$$

Pentru prima din cele două soluții avem:

$$Z_C = -j \frac{1}{2\pi f C} = -50j\Omega \Rightarrow C_1 = C_2 = \frac{1}{2\pi * 10^9 \text{Hz} * 50\Omega} = 3.18 \text{pF}$$

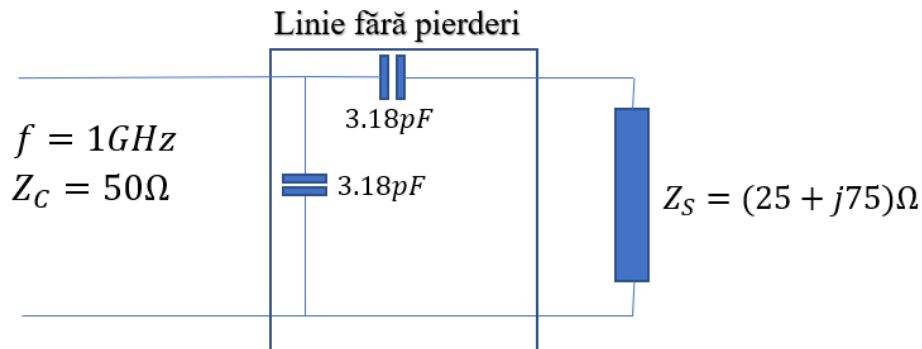


Fig. 3.28. Valorile finale ale unei soluții de adaptare pentru schema din Fig. 3.27.

Pentru linii de transmisie:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Într-un mediu uniform:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{C_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Exemplu pentru un cablu coaxial (vezi secțiunea următoare):

$$v_{\varphi} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) * \frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$

Să analizăm și exemplul unei sarcini pur rezistive (Fig. 3.29).

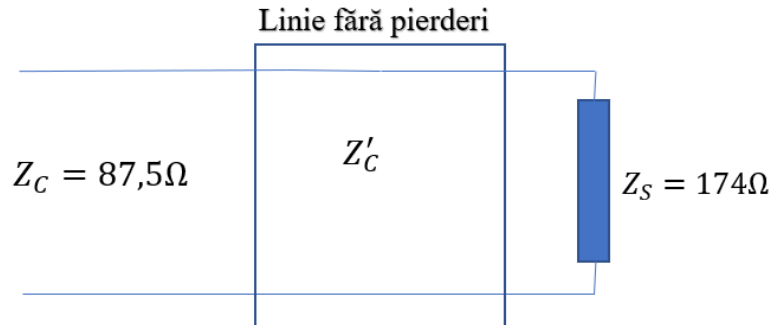


Fig. 3.29. Adaptarea unei sarcini pur rezistive folosind un tronson de linie de lungime $\lambda/4$

$$Z'_C = \sqrt{Z_C Z_S} = \sqrt{87.5 * 174} = 123.38 \Omega$$

3.10. Cablul coaxial

În această secțiune vom deduce formulele capacității lineice, a inductanței lineice, precum și a impedanței caracteristice și a vitezei de fază pentru un cablu coaxial fără pierderi.

Cablul coaxial (Fig. 3.30) este una dintre cele mai răspândite tehnologii de transmisie a semnalelor de frecvență mare la distanță folosind linii de transmisie. Respectă definiția liniilor de transmisie în sensul în care are doi conductori separați de un dielectric, putînd fi astfel analizat atât prin formalismul propagării câmpului electromagnetic, cât și prin cel simplificat al undelor de tensiune și curent. Această din urmă abordare a fost descrisă la începutul acestui capitol.

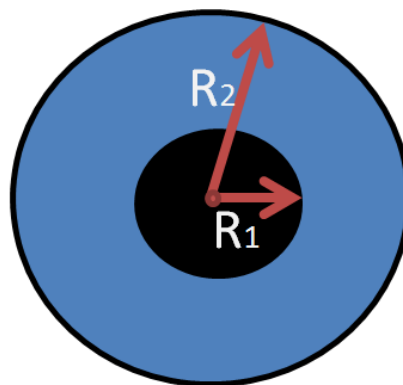


Fig. 3.30. Secțiune printr-un cablu coaxial

Înainte de a deduce formulele pentru un cablu coaxial, vom prezenta întâi cazul general al tuturor liniilor de transmisie, urmând ca imediat apoi să le particularizăm pentru cazul cablului coaxial.

Pentru a afla inductanța lineică, putem porni de la echivalența formulei pentru energia magnetică în cele două formalisme aplicabile liniilor de transmisie. Din prisma câmpului magnetic, energia magnetică este scrisă ca:

$$E_m = \frac{1}{2} \int \vec{H} \cdot \vec{B} \cdot dV \quad (76)$$

unde pe lângă intensitatea și inducția câmpului magnetic mai regăsim și elementul de volum infinitesimal dV .

În formalismul simplificat al undelor de tensiune și curent, energia magnetică poate fi scrisă ca:

$$E_m = \frac{1}{2} L_0 \cdot l \cdot I^2 \quad (77)$$

unde pe lângă inductanța lineică L_0 și intensitatea curentului I mai regăsim și unitatea de lungime l .

Realizând egalitatea dintre (76) și (77) rezultă modalitatea prin care putem calcula inductanța lineică L_0 , indiferent de tipul de linie de transmisie analizat:

$$L_0 = \frac{\int \vec{H} \cdot \vec{B} \cdot dV}{l \cdot I^2} \quad (78)$$

Analog putem scrie și energia stocată de câmpul electric:

$$E_e = \frac{1}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{D} \cdot dV \quad (79)$$

unde pe lângă intensitatea și inducția câmpului electric regăsim și elementul de volum infinitesimal dV .

În formalismul simplificat al undelor de tensiune și curent, energia electrică poate fi scrisă ca:

$$E_e = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C_0 \cdot l} \quad (80)$$

unde pe lângă capacitatea lineică C_0 și sarcina Q regăsim și unitatea de lungime l .

Realizând egalitatea dintre (80) și (79) rezultă modalitatea prin care putem calcula capacitatea lineică C_0 , în cazul general al oricărei linii de transmisie:

$$C_0 = \frac{Q^2}{l \cdot \int \vec{E} \cdot \vec{D} \cdot dV} \quad (81)$$

Revenind acum la cazul cablului coaxial, vom particulariza ecuația (78) pentru a calcula inductanța sa lineică. Avem nevoie pentru aceasta de valoarea câmpului magnetic H , pe care o putem deduce din forma integrală a legii lui Ampère:

$$I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (82)$$

Pentru cazul cablului coaxial aceasta este aplicată pe circumferința unui cerc cu raza r cuprinsă între R_1 și R_2 , cerc pe care intensitatea câmpului magnetic va avea valoarea constantă $H(r)$, iar I este intensitatea curentului electric pe conductorul interior:

$$I = H(r) \cdot 2\pi r \quad (83)$$

Din (83) rezultă formula pentru $H(r)$:

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r} \quad (84)$$

Înlocuind (84) în (78) și aplicând legea de material care leagă B de H obținem:

$$L_0 = \frac{\mu \int_{R_1}^{R_2} \frac{I^2}{(2\pi r)^2} \cdot (2\pi r) \cdot l \cdot dr}{l \cdot I^2} \quad (85)$$

Rezultă formula pentru inductanța lineică a unui cablu coaxial:

$$L_0 = \frac{\mu \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2 \cdot \pi} \quad (86)$$

Dacă notăm diametrul conductorului exterior cu D (a nu se confunda cu inducția câmpului magnetic) și diametrul conductorului interior cu d , putem scrie (86) și în funcție de diametre:

$$L_0 = \frac{\mu \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2 \cdot \pi} \quad (87)$$

Pentru aflarea capacității lineice din formula (81) avem nevoie de $D(r)$. Pentru aceasta folosim forma integrală a legii lui Gauss:

$$Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} \quad (88)$$

unde integrala are loc pe suprafața închisă S care înconjoară sarcina electrică Q . Pentru cazul cablului coaxial, Q este sarcina electrică aflată pe conductorul interior, cel exterior neavând nicio influență.

Rezultă pentru cablul coaxial:

$$Q = D \cdot 2\pi r \cdot l \Rightarrow D = \frac{Q}{2\pi r \cdot l} \quad (89)$$

Înlocuind în (81) rezultă:

$$C_0 = \frac{\varepsilon \cdot Q^2}{l \cdot \int \frac{Q^2}{(2\pi r)^2 \cdot l^2} \cdot (2\pi r) \cdot l \cdot dr} \quad (90)$$

Rezultă, în urma prelucrărilor matematice, formula pentru C_0 :

$$C_0 = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (91)$$

care poate fi scrisă și în funcție de diametre:

$$C_0 = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \quad (92)$$

Folosind formulele finale (87) și (92) și înlocuindu-le în formulele (17) și (20) putem afla impedanța caracteristică și viteza de fază pentru un cablu coaxial fără pierderi:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2 \cdot \pi}}{\frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}}} = \frac{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2 \cdot \pi} \cdot Z_d \quad (93)$$

în care reamintim că Z_d este impedanța dielectricului (vezi capitolul precedent).

Analog putem afla și viteza de fază a undelor de tensiune și curent:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2 \cdot \pi} \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad (94)$$

Se poate observa din (94) că viteza de fază a undelor de tensiune și curent printr-un cablu coaxial este egală cu viteza de fază a unei unde electromagnetice plane prin dielectricul care separă cei doi conductori ai cablului.

APLICAȚIE NR. 3

DIAGRAMA SMITH

1. OBIECTIVELE APLICAȚIEI

Obiectivul acestei lucrări este însușirea de către studenți a tehnicilor de utilizare a diagramei Smith în domeniul microundelor. La sfârșitul acestui laborator studenții vor fi capabili să utilizeze diagrama Smith pentru a calcula mărimile fizice asociate unei linii de transmisie de lungime oarecare terminată pe o sarcină oarecare. Studenții vor ști așadar să calculeze modulul și faza coeficientului de reflexie Γ atât în dreptul sarcinii precum și la intrarea în circuit, factorul de undă staționară σ precum și impedanța de intrare în linia de transmisie.

Tot în acest laborator studenții vor fi capabili să facă sinteza diferitelor elemente de circuit uniport (capacități și inductanțe) folosind doar linii de transmisie și vor fi capabili să calculeze factorul de calitate al acestora.

2. INTRODUCERE TEORETICĂ

Deși sunt multe unelte matematice pe care inginerul în microunde le poate utiliza, diagrama Smith este cel mai utilizat instrument pentru descrierea liniilor de transmisie. Diagrama Smith nu permite doar rezolvarea rapidă a problemelor legate de liniile de transmisie, ci este și o metodă de îmbunătățire a gândirii intuitive.

Pentru rezolvarea manuală (fără ajutorul calculatorului) a unei probleme cu linii de transmisie, vom avea nevoie, pe lângă diagrama Smith imprimată, de un raportor și un compas. Fiecare punct de pe diagramă corespunde unei impedanțe complexe.

Pentru aflarea coordonatelor pe diagramă ale punctului care corespunde unei impedanțe oarecare Z_{IN} , trebuie să normăm acea impedanță la impedanța caracteristică a liniei de transmisie Z_C :

$$z_{IN,0} = \frac{Z_{IN,0}}{Z_C} = \frac{R_{IN,0}}{Z_C} + j \cdot \frac{X_{IN,0}}{Z_C} \quad (1)$$

Marcăm punctul astfel obținut pe sistemul de coordonate al diagramei, în care cercurile care au centrele pe axa orizontală reprezintă cercurile de rezistență constantă, iar cercurile care au centrele pe axa verticală reprezintă cercurile de reactanță constantă.

Să considerăm că impedanța pe care dorim să o marcăm în diagrama Smith este impedanța sarcinii unui circuit precum cel din Fig.2, format dintr-un generator cu impedanță Z_G , o linie de transmisie de impedanță caracteristică Z_C și sarcina pe care tocmai am marcat-o pe diagramă de impedanță $Z_S = Z_{IN,0}$.

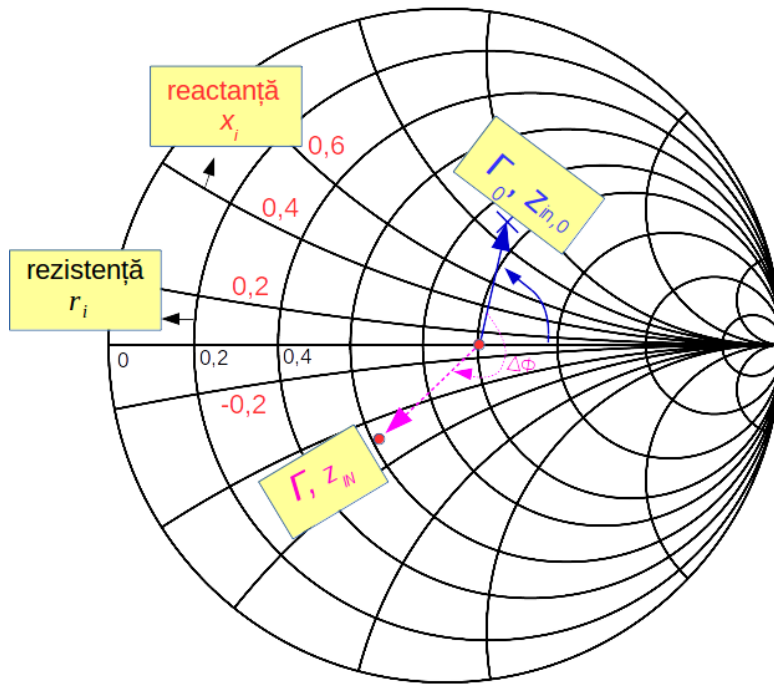


Fig.1. Folosirea diagramei Smith pentru aflarea impedanței de intrare într-o linie de transmisie fără pierderi terminată neadaptat

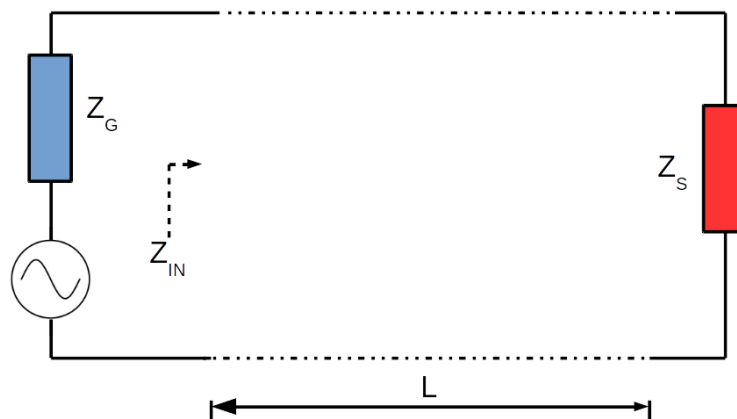


Fig.2. O linie de transmisie fără pierderi terminată pe o sarcină oarecare Z_S

Să notăm cu Z_{IN} impedanța de intrare în linie, adică impedanța sarcinii măsurată în dreptul generatorului. Pentru aflarea lui Z_{IN} folosindu-ne de diagrama Smith, este suficient să calculăm defazajul undei staționare de la sarcină spre generator:

$$\Delta\phi[rad] = 4\pi \frac{L}{\lambda}$$

$$\Delta\phi[^\circ] = 2 \cdot 360^\circ \cdot \frac{L}{\lambda} \quad (2)$$

Unde L este lungimea liniei de transmisie din Fig.2, iar λ este lungimea de undă a radiației generatorului. Folosindu-ne de un raportor, vom roti fazorul care leagă centrul diagramei de punctul care reprezintă impedanța sursei cu un unghi egal cu $\Delta\Phi$ în sensul acelor de ceasornic. Coordonatele noului punct reprezintă impedanța sursei văzută de la

intrarea liniei de circuit Z_{IN} . Aici merită specificat și faptul că defazajul $\Delta\theta$ al undei directe sau al undei inverse de-a lungul liniei reprezintă jumătate din defazajul undei staționare:

$$\Delta\theta^+ = \Delta\theta^- = \frac{\Delta\phi}{2} = 360^\circ \cdot \frac{L}{\lambda} \quad (3)$$

Pentru a măsura modulul coeficientului de reflexie $|\Gamma|$ și a factorului de undă staționară SWR (σ) se pune un compas a cărui deschidere este egală cu distanța dintre centrul diagramei și punctul Z_{IN} în chenarul de sub diagramă destinat parametrilor radiali, precum în Fig.3.

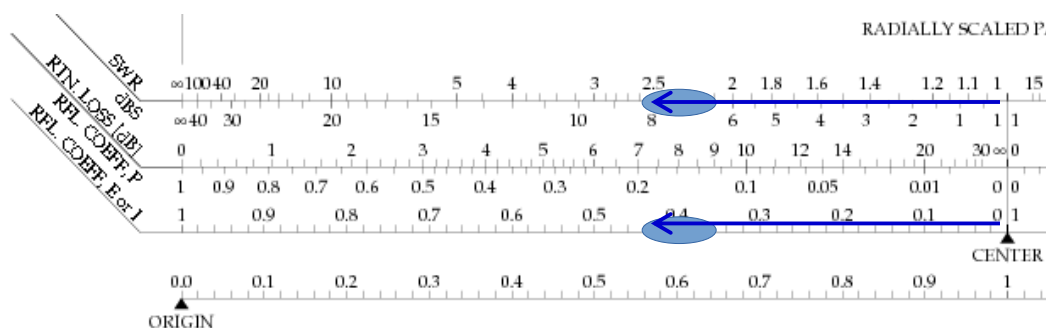


Fig.3. Măsurarea folosind compasul a coeficientului de reflexie $|\Gamma|$ și a factorului de undă staționară SWR

3. MOD DE LUCRU

Pentru realizarea cerințelor din acest laborator ne vom folosi de programul gratuit Iowa Hills Smith Chart v. 3.0 pe care-l puteți downloada de la adresa web:
<http://www.iowahills.com/8DownloadPage.html>.

3.1. Descrierea unei linii de transmisie

Pentru exemplificarea funcționării programului să presupunem că dorim simularea unui circuit ca cel din Fig.2 format dintr-un generator de impedanță $Z_G=50\Omega$, o linie de transmisie de impedanță caracteristică $Z_C=50\Omega$ de lungime egală cu $L=5\text{cm}$ și de o sarcină de impedanță $Z_S=(20+25j)\Omega$. Simularea se va face pentru frecvența de funcționare a generatorului de 2GHz.

În Fig.4 putem urmări cum se face fixarea tuturor parametrilor din exemplul de mai sus, cu excepția lungimii liniei de transmisie. Impedanța caracteristică Z_C este notată în program cu Z_0 .

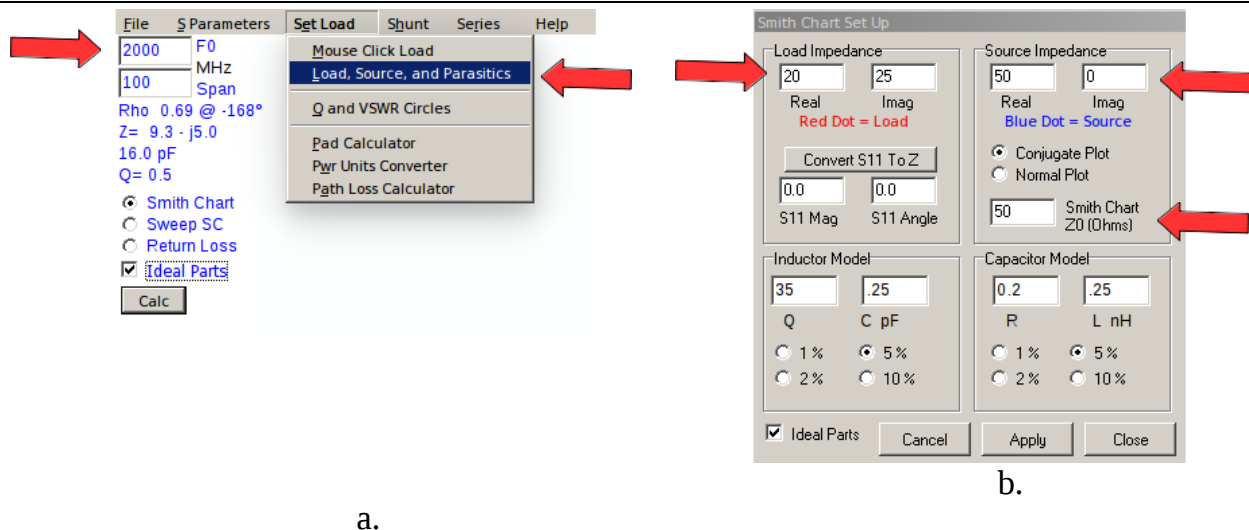


Fig.4 Selecția frecvenței de lucru (a), a impedanței caracteristice a liniei, precum și a impedanțelor generatorului și sarcinii (b)

După scrierea noilor parametri, cerculețul roșu care reprezintă poziția sarcinii Z_s pe diagrama Smith se va muta într-o nouă locație ale cărei coordonate le putem afla dacă poziționăm cursorul deasupra sa, precum în Fig.5.

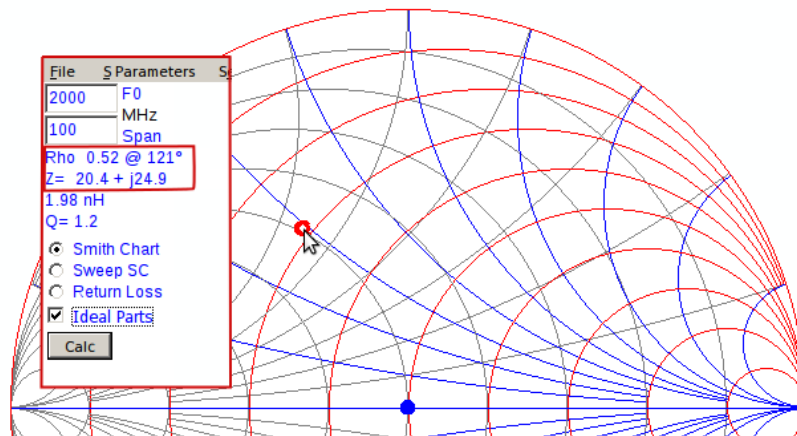


Fig.5. Citirea coordonatelor impedanței sarcinii pe diagrama Smith

Se pot observa în chenarul roșu din Fig.5 coordonatele sarcinii Z_s pe diagrama Smith, atât din punctul de vedere al coeficientului de reflexie, precum și din cel al impedanței de intrare în dreptul sarcinii. Coordonatele polare ale coeficientului de reflexie Γ sunt notate în program cu Rho, iar valorile impedanței de intrare cu Z . Se observă că la deplasarea cursorului ambele seturi de coordonate se vor schimba, de aceea este important ca mouse-ul să fie plasat cât mai precis deasupra punctului de interes (punctul roșu). Puteți vizualiza diagrama Smith nu doar în coordonatele de impedanță Z (reprezentate cu roșu și albastru), ci și în cele ale admitanței Y (reprezentate în gri). Pentru a realiza trecerea între cele două sisteme de coordonate, apăsați fie tasta "Z", fie tasta "Y". Sub coordonatele Z putem citi în program și valoarea inductanței necesare pentru a avea aceeași reactanță ca și cea a sarcinii la frecvența de lucru (2GHz). Sub valoarea inductanței echivalente putem citi și valoarea factorului de calitate Q a unei astfel de inductanțe. Factorul de calitate Q se definește pentru orice reactanță (capacitivă sau inductivă) drept:

$$Q = \frac{|x_{IN}|}{r_{IN}} \quad (4)$$

Am văzut în introducere teoretică că pentru a simula efectul liniei de transmisie trebuie să facem o rotație a punctului ce reprezintă impedanța sarcinii în jurul centrului diagramei Smith. Unghiul rotației este dat de formula (2) care are semnificația că pentru o rotație completă de 360° trebuie să avem o lungime a liniei egală cu $\lambda/2$.

Pentru cazul exemplului nostru, calculăm lungimea de undă λ știind frecvența $f=2\text{GHz}$ și considerând $\epsilon_r=1$:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^9 \text{ Hz}} = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm} \quad (5)$$

Folosind această lungime de undă în ecuația (2) rezultă unghiul de rotație $\Delta\Phi=120^\circ$. Pentru a opera această rotație pe diagrama Smith vom introduce o linie de transmisie din meniul *Series* $\rightarrow$ *TLine*. Va apărea un cerc complet pe diagrama Smith, iar noi vom da click pe mouse în zona corespunzătoare unui unghi de 120° măsurat de la sarcină în sensul acelor de ceasornic.

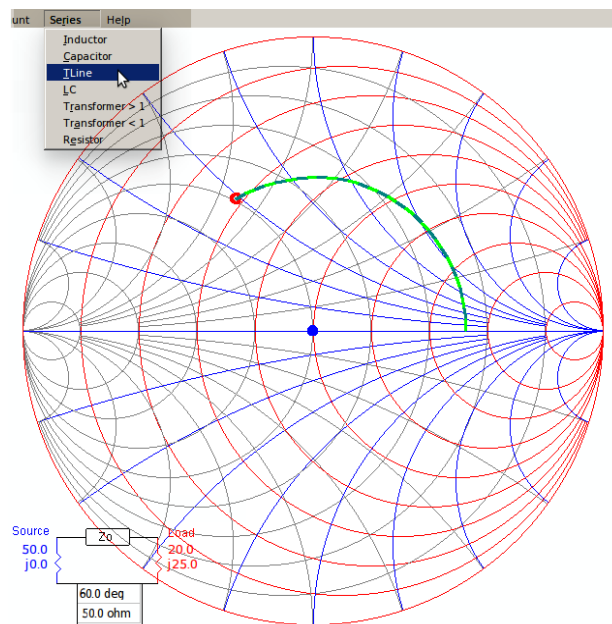


Fig.6. Realizarea unei rotații pe diagrama Smith prin introducerea unei linii de transmisie

Orice element adăugat în circuit va apărea în partea stânga jos a ferestrei programului, între sursă și sarcină. Putem adăuga în circuit atât elemente serie (din meniul *Series* pe care tocmai l-am deschis) precum și elemente paralel (din meniul *Shunt*). Pentru a șterge din circuit ultimul element introdus se apasă tasta “D”. Pentru a modifica parametrii unui element din circuit se apasă pe casetele corespunzătoare de sub acesta. De exemplu, sub linia de transmisie adăugată de noi sunt două casete în care sunt scrise unghiul de defazaj al unde directe prin linia de transmisie, precum și impedanța caracteristică a acesteia. Parametrii nu pot lua orice valoare, ci doar anumite valori standardizate, care pot fi accesate folosind tastele “F1” și “F2”.

Atenție la valoarea unghiului de defazaj din casetă, deoarece acesta este jumătate din unghiul rotației pe care linia o produce pe diagrama Smith (conform ecuațiilor 2 și 3).

3.2. Sinteza elementelor de circuit uniport

Pentru a realiza o reactanță inductivă dintr-o linie de transmisie de lungime cât mai mică, trebuie ca aceasta să se termine în scurt. Defazajul (primul parametru din căsuțele de sub linia de transmisie) este fixat în așa fel încât inductanța afișată să fie cât mai aproape de inductanța dorită (în exemplul din Fig.7 am încercat să ne apropiem cât mai mult de 5nH). Pentru un reglaj fin se va modifica manual valoarea defazajului (folosind tastele “F1” și “F2”) după ce este selectată caseta dorită. Se poate urmări cu mouse-ul noua poziție a impedanței de intrare (punctul în care se termină marcajul verde alternativ).

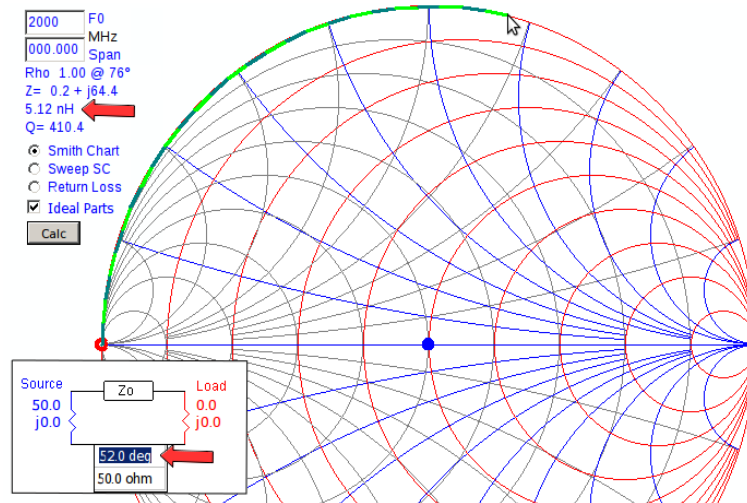


Fig.7. Realizarea unei inductanțe de 5nH folosind o linie de transmisie

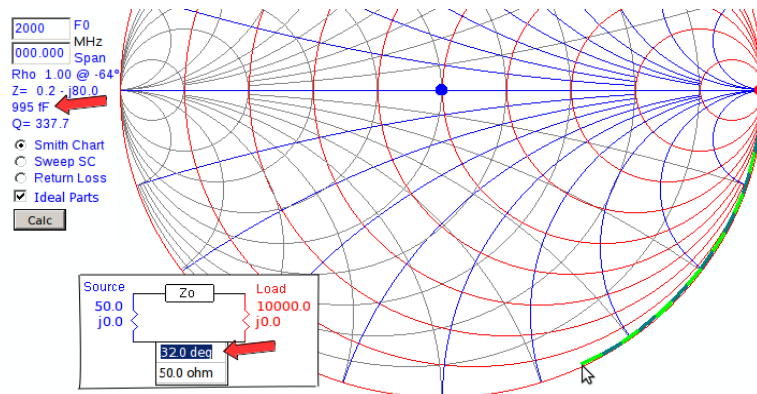


Fig.8. Realizarea unei capacități de 1pF folosind o linie de transmisie

Implementarea unei reactanțe capacitive se face analog cazului unei reactanțe inductive, însă vom folosi o linie de transmisie terminată în gol. Fig.8 tratează cazul realizării unei capacități de 1pF. Pentru a cunoaște lungimile liniilor folosite în exemplele de mai sus trebuie să ne folosim de inversul formulei (3):

$$L = \lambda \cdot \frac{\Delta\theta^+}{360^\circ} \quad (6)$$

Folosind lungimea de undă calculată anterior (15cm) rezultă o lungime a liniei din Fig.8 de aproximativ 1,33cm.

Nume:

Echipa:

După împărțirea studenților în 6 echipe de lucru, fiecărei echipe i se vor aloca câte 5 linii de transmisie, conform tabelului de mai jos. Se consideră pentru fiecare circuit $\varepsilon_r = 1$:

Tabel 1

A	B	C
(1) $Z_G = 50\Omega$, $f = 1\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(1) $Z_G = 50\Omega$, $f = 3\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 4\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(1) $Z_G = 50\Omega$, $f = 2\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 3\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$
(2) $Z_G = 20\Omega$, $f = 1\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 3\text{cm}$, $Z_S = (50 + 10j)\Omega$	(2) $Z_G = 30\Omega$, $f = 3\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 1\text{cm}$, $Z_S = (50 + 20j)\Omega$	(2) $Z_G = 40\Omega$, $f = 2\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 2\text{cm}$, $Z_S = (50 + 30j)\Omega$
(3) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 30\text{cm}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = 0$	(3) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 10\text{cm}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = 0$	(3) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 15\text{cm}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = 0$
(4) $Z_G = 50\Omega$, $f = 1\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = \infty$	(4) $Z_G = 50\Omega$, $f = 3\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = \infty$	(4) $Z_G = 50\Omega$, $f = 2\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 7.5\text{cm}$, $Z_S = \infty$
(5) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 20\text{cm}$, $Z_C = 30\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(5) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 10\text{cm}$, $Z_C = 40\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(5) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 30\text{cm}$, $Z_C = 20\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$
D	E	F
(1) $Z_G = 50\Omega$, $f = 1.5\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 1\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(1) $Z_G = 50\Omega$, $f = 0.5\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 15\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(1) $Z_G = 50\Omega$, $f = 4\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 4\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$
(2) $Z_G = 10\Omega$, $f = 1.5\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 3\text{cm}$, $Z_S = (50 + 40j)\Omega$	(2) $Z_G = 20\Omega$, $f = 0.5\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 4\text{cm}$, $Z_S = (50 + 50j)\Omega$	(2) $Z_G = 30\Omega$, $f = 4\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = (50 + 60j)\Omega$
(3) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 20\text{cm}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = 0$	(3) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 60\text{cm}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = 0$	(3) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 7.5\text{cm}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 10\text{cm}$, $Z_S = 0$
(4) $Z_G = 50\Omega$, $f = 1.5\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 2\text{cm}$, $Z_S = \infty$	(4) $Z_G = 50\Omega$, $f = 0.5\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 4\text{cm}$, $Z_S = \infty$	(4) $Z_G = 50\Omega$, $f = 4\text{GHz}$, $Z_C = 50\Omega$, $L = 0.75\text{cm}$, $Z_S = \infty$
(5) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 15\text{cm}$, $Z_C = 60\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(5) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 40\text{cm}$, $Z_C = 10\Omega$, $L = 5\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$	(5) $Z_G = 50\Omega$, $\lambda = 25\text{cm}$, $Z_C = 75\Omega$, $L = 6.25\text{cm}$, $Z_S = 50\Omega$

1. Fiecare echipă va încerca să calculeze manual (folosind diagrama Smith imprimată, un raportor și un compas) mărimile din Tabelul 2. Rezultatele se vor trece în liniile impare ale tabelului. Impedanțele surselor Z_S vor fi marcate pe diagrama Smith de pe ultima pagină a îndrumarului cu numărul corespunzător circuitului din care fac parte (1, 2, 3, 4, 5) iar impedanțele de intrare în circuit cu aceleași numere însoțite de semnul prim (1', 2', 3', 4', 5').

2. Fiecare echipă va repeta calcularea parametrilor liniilor de transmisie alocate, dar de data aceasta folosindu-se de programul Iowa Hills Smith Chart. Rezultatele se vor trece în liniile pare ale tabelului 2.

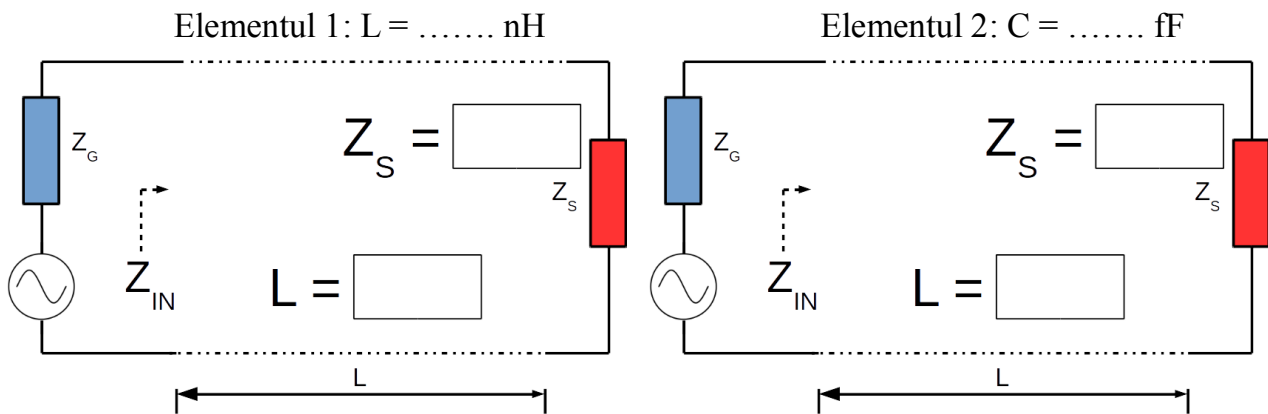
Tabel 2

Linie	Metodă	$ \Gamma $	$Z_{IN}(\Omega)$	SWR	Q
-	manuală	compas	$z_{IN} \cdot Z_C$	compas	$Q = \frac{ \text{Im}\{z_{IN}\} }{\text{Re}\{z_{IN}\}}$
	automată	afișat	afișat	$\sigma = \frac{1 + \Gamma_0 }{1 - \Gamma_0 }$	afișat
1	manuală				
	automată				
2	manuală				
	automată				
3	manuală				
	automată				
4	manuală				
	automată				
5	manuală				
	automată				

2. Realizați următoarele elemente de circuit folosind doar linii de transmisie cu $\epsilon_r=9$:

A: L=2nH @1GHz, C=200fF @2GHz	B: L=4nH @2GHz, C=100fF @3GHz	C: L=5nH @1GHz, C=500fF @4GHz
D: L=10nH @3GHz, C=1pF @1GHz	E: L=1nH @1GHz, C=800fF @5GHz	F: L=1nH @2GHz, C=600fF @2GHz

Completați răspunsul direct pe figura de mai jos:



3. Răspundeți la întrebările:

a. Puteți realiza, folosind softul din acest laborator, caracterizarea unei linii de transmisie cu pierderi? Motivați răspunsul.

.....

b. De la ce provin diferențele dintre mărimile măsurate manual pe diagrama Smith și cele “măsurate” cu ajutorul softului?

.....

c. Se comportă circuitul din Fig.8 ca un condensator pentru orice frecvență ar avea generatorul? Motivați răspunsul.

.....

d. Ce factor de calitate Q au cele două elemente uniport generate de dumneavoastră la punctul anterior?

.....

e. Pe care dintre liniile de transmisie de la punctul 1 transferul de putere între generator și sarcină este maxim? Motivați răspunsul.

.....

WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR

WAVELENGTHS TOWARD LOAD

ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES

ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES

RESISTANCE COMPONENT (R/Z_0) OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Y_0)

INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT ($+jX/Z_0$) OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE COMPONENT ($+jB/Y_0$)

CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT ($-jX/Z_0$) OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE COMPONENT ($-jB/Y_0$)

RADIALLY SCALED PARAMETERS

TOWARD LOAD

TOWARD GENERATOR

ATTEN (dB)

SWR LOSS (dB)

REFL. COEFF. P

TRANSM. COEFF. P

ORIGIN

CENTER

APLICAȚIE NR. 4

ADAPTAREA ÎMPEDANȚELOR

1. OBIECTIVELE APLICATIEI

Obiectivul principal al acestei lucrări de laborator este însușirea de către studenți a tehnicilor de sinteză a circuitelor de adaptare folosind atât componente concentrate (pentru frecvențe mici) precum și exclusiv linii de transmisie. Studentii vor putea calcula atât mărimea *RL* (*return loss*) pentru circuitul sintetizat, precum și *factorul de calitate Q* al acestuia.

2. INTRODUCERE TEORETICĂ

Pentru a exista un transfer optim de putere între generator și sarcină, trebuie să fie îndeplinită condiția de *adaptare conjugată*:

$$Z_{IN} = Z_G^* \quad (1)$$

Atunci când generatorul este adaptat la linia de transmisie ($Z_G = Z_C$) condiția (1) se reduce la condiția ca sarcina să fie și ea *adaptată la linia de transmisie*:

$$Z_S = Z_C \quad (2)$$

Atunci când condiția (2) de adaptare este îndeplinită, atunci nu avem nicio undă reflectată de la sarcină. O măsură a adaptării poate fi dată de parametrul *RL* (*return loss*) care măsoară atenuarea semnalului reflectat de sarcină:

$$RL(dB) = 10 \log_{10} \frac{P_r}{P_i} \quad (3)$$

unde P_i este puterea unei incidente pe sarcină iar P_r este puterea unei reflectate de sarcină. În cazul ideal al unei sarcini perfect adaptate, parametrul *RL* tinde către $-\infty$.

Tinând cont că puterile undelor directe și inverse sunt proporționale cu pătratul amplitudinilor, atunci putem scrie parametrul *RL* și în funcție de coeficientul de reflexie Γ :

$$RL(dB) = 20 \log_{10} \frac{|U^-|}{|U^+|} = 20 \log |\Gamma| \quad (4)$$

Putem introduce un nou parametru care să ne ofere o idee despre cât de selectivă este adaptarea, altfel spus cât de mare este intervalul spectral pe care adaptarea este realizată. Vom fixa limita dezadaptării la -30dB, adică vom considera că adaptarea este realizată dacă:

$$|RL(dB)| > 30dB \quad (5)$$

Vom considera banda de frecvențe (B) în jurul frecvenței centrale f_0 pentru care condiția (5) este realizată, adică diferența dintre frecvența maximă (f_2) și minimă (f_1) pentru

care modulul parametrului RL este mai mare de 30dB. Putem defini atunci factorul de calitate al circuitului de adaptare drept:

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{f_2 + f_1}{2(f_2 - f_1)} \quad (6)$$

3. MOD DE LUCRU

Ca și în laboratorul trecut, pentru realizarea cerințelor din acest laborator ne vom folosi de programul gratuit Iowa Hills Smith Chart v. 3.0 pe care-l puteți descărca de la adresa web:

<http://www.iowahills.com/8DownloadPage.html>

3.1. Adaptarea unei sarcini la linia de transmisie folosind componente discrete

Pentru exemplificare, vom considera linia de transmisie terminată neadaptat din Fig.1. Generatorul din imagine, adaptat la linia de transmisie de $Z_C=50\Omega$, emite pe frecvența de 10GHz (corespunzător unei lungimi de undă de 3cm). După introducerea acestor date în programul Smith Chart, obținem reprezentarea acestui circuit pe diagrama Smith (Fig.2).

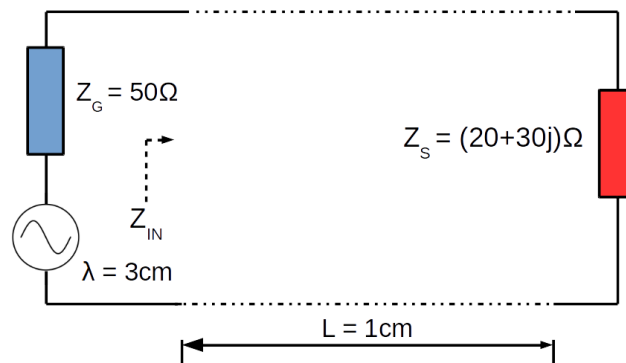


Fig. 1. O linie de transmisie fără pierderi de lungime 1cm terminată neadaptat

A adapta sarcina Z_S la linia de transmisie folosind componente concentrate înseamnă plasarea în circuit de bobine și condensatoare în dreptul sarcinii în așa fel încât impedanța rezultantă să ajungă egală cu cea a liniei de transmisie, conform condiției (2). Deoarece impedanța liniei de transmisie este plasată în centrul diagramei Smith, a adapta sarcina înseamnă așadar a realiza în dreptul ei un circuit din elemente reactive a cărui impedanță rezultantă să plaseze impedanța sarcinii (punctul roșu) în centrul diagramei Smith din Fig.2.

În Fig.3 este reprezentat efectul pe care-l are asupra impedanței sarcinii Z_S plasarea în dreptul acesteia în circuit a unei componente reactive (bobină sau condensator). Atunci când plasăm în serie cu sarcina o inductanță, impedanța rezultantă nu va avea o rezistență diferită de cea a sarcinii, de aceea efectul pe care-l are această operație pe diagrama Smith va fi cel al unei deplasări pe cercurile de rezistență constantă (cercurile roșii din Fig.3).

Același lucru putem spune și despre plasarea în circuit a unui condensator în serie cu sarcina. Diferența dintre cele două cazuri constă în direcția de deplasare pe cercul de rezistență constantă. În timp ce o bobină va mări inductanța (partea imaginară a impedanței) rezultantă, plasarea unui condensator o va micșora. După cum se vede și în Fig.3, o bobină serie va realiza așadar o rotație în sensul acelor de ceasornic (în sensul creșterii inductanței) iar un condensator cuplat în serie va realiza o rotație în sens invers acelor unui ceas (în sensul descreșterii inductanței). Limita acestor deplasări este în ambele cazuri discul mov

din dreapta care marchează punctul de impedanță infinită. Ne putem plasa oriunde printr-un click de mouse pe cercul de rezistență constantă.

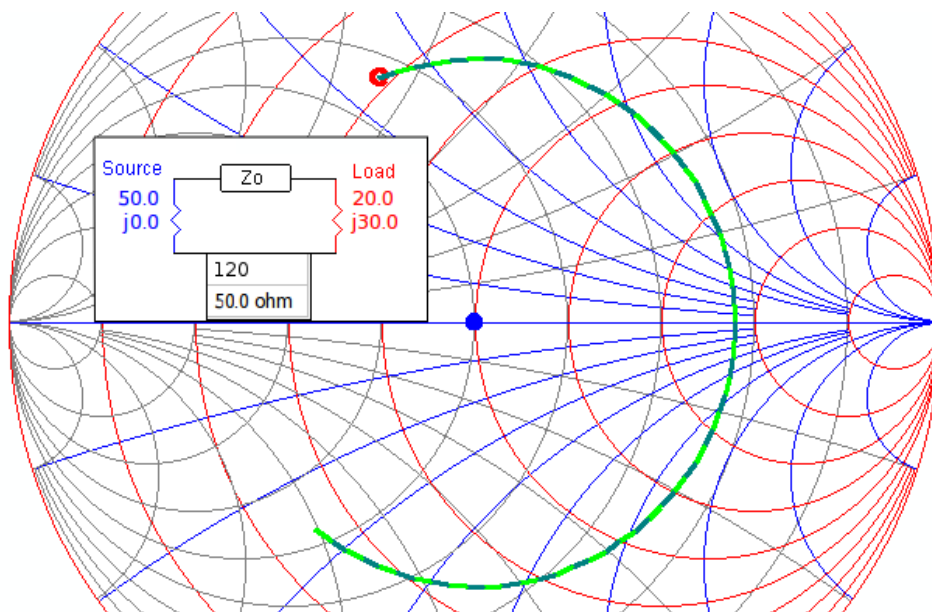


Fig.2. Reprezentarea pe diagrama Smith a liniei de transmisie din Fig.1

Atunci când plasăm un element în paralel cu sarcina este mai util să vizualizăm transformarea în sistemul de coordonate al admitanței, deoarece adăugarea unui element în paralel se reduce în acest caz la o simplă operație de adunare, așa cum adăugarea unui element în serie se reduce la o simplă operație de adunare în spațiul impedanțelor. Deoarece elementul pe care-l vom adăuga în paralel este pur reactiv, acesta va modifica doar susceptanța sarcinii, lăsând conductanța neschimbată. Adăugarea unui element în paralel cu sarcina se reduce așadar la o deplasare pe cercul de conductanță constantă pe care se află aceasta. Cercurile de conductanță constantă sunt cercurile gri din Fig.3 cu centrele pe axa orizontală. De data aceasta însă, adăugarea unui condensator va realiza o rotație în sens orar pe un astfel de cerc, în timp ce adăugarea unei bobine va realiza o rotație în sens anti-orar.

În general există patru moduri distincte de a realiza adaptarea unei sarcini la o linie de transmisie folosind un număr minim de elemente reactive cu parametri concentrați. În funcție de poziția sarcinii pe diagrama Smith, primul element poate fi ori un condensator (ca pentru situația prezentată în Fig.4) ori o bobină. Considerând situația prezentată în Fig.4 a) și b) s-a ales valoarea capacității condensatorului paralel astfel încât punctul intermediar rezultat pe diagrama Smith să fie pe cercul de rezistență normată unitate care traversează originea. În Fig.4 c) și d) s-a ales capacitatea condensatorului serie astfel încât noua poziție a punctului intermediar pe diagrama Smith să fie pe cercul de conductanță unitate care traversează originea. În continuare, dacă ne-am plasat pe cercul de rezistență unitate vom folosi un element serie pentru a stabili poziția punctului final în originea diagramei Smith. Dacă în schimb poziția intermediară este aleasă pe cercul de conductanță unitate, ne vom folosi de un element paralel pentru a stabili poziția finală a circuitului în centrul diagramei Smith.

Nu întotdeauna este necesară folosirea unui condensator ca prim element al circuitului de adaptare. Există situații în care primul element este necesar a fi o bobină, însă algoritmul se păstrează: scopul primului element plasat în circuit este de a plasa punctul

intermediar fie pe cercul de rezistență unitate, fie pe cercul de conductanță unitate (ambele cercuri trecând prin centrul diagramei Smith).

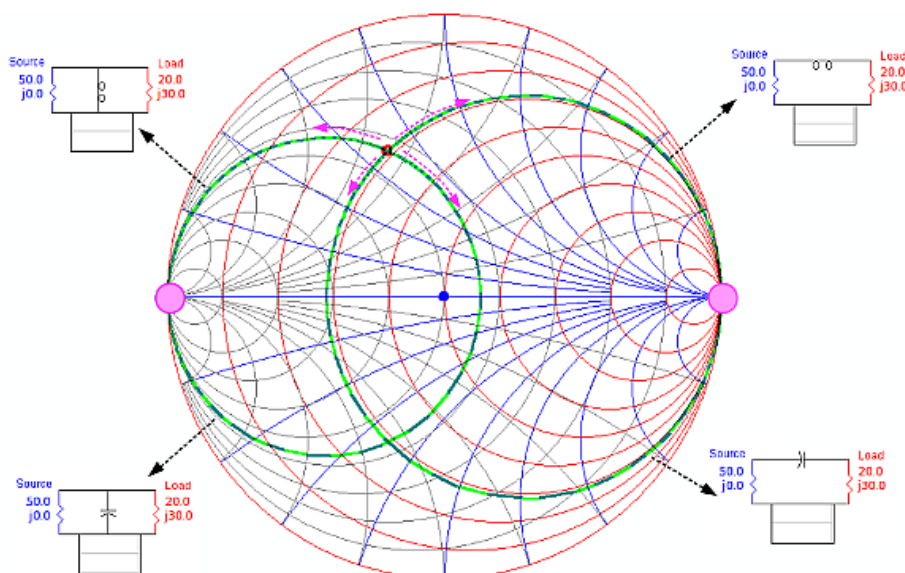


Fig.3. Reprezentarea pe diagrama Smith a liniei de transmisie din Fig.1

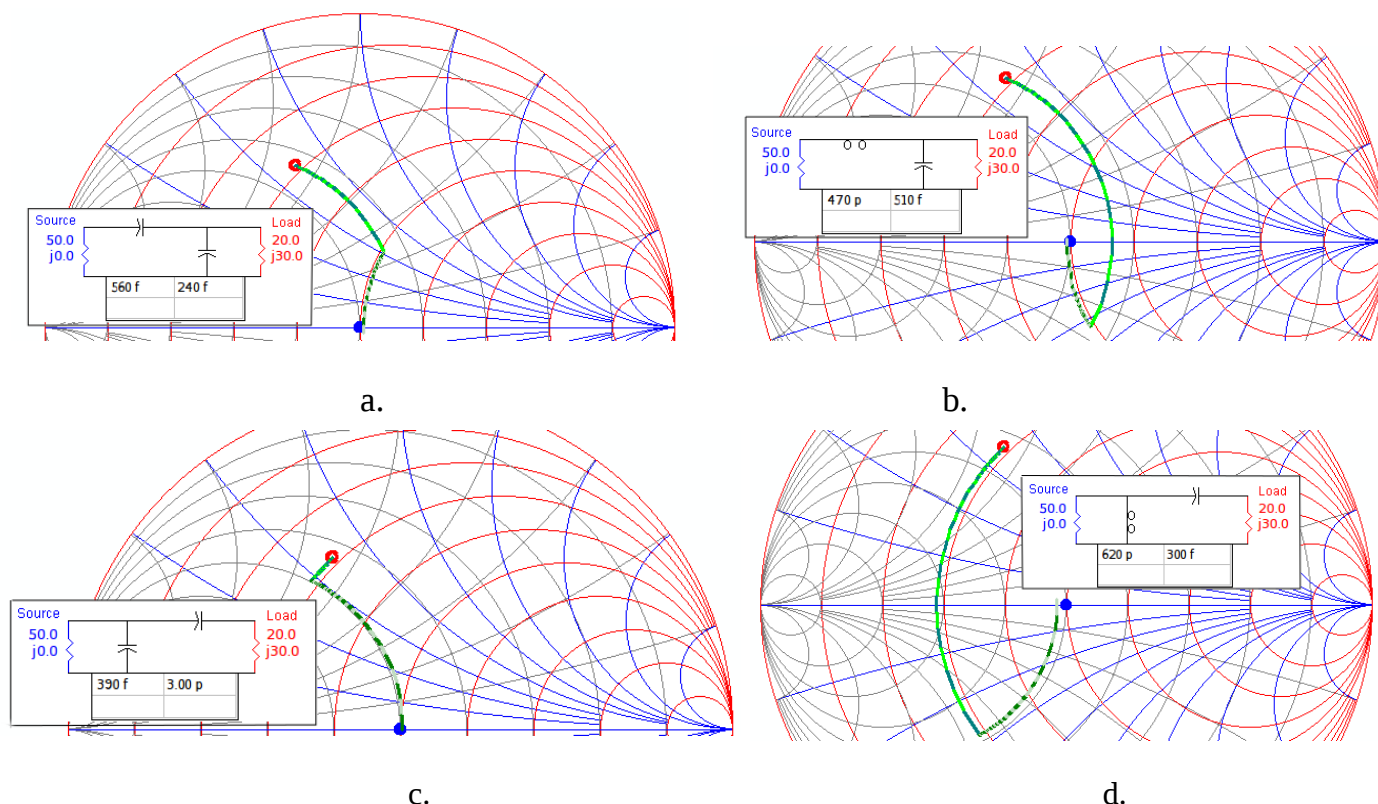


Fig.4. Patru circuite posibile de adaptare folosind un număr minim de componente discrete reactive și reprezentarea lor pe diagrama Smith

3.2. Adaptarea folosind doar linii de transmisie

Și în cazul în care dispunem doar de linii de transmisie există mai multe variante de realizare a adaptării sarcinii la linia de transmisie. Cazul din Fig.5 este cel în care folosim doar linii de transmisie cu impedanță caracteristică identică cu cea a liniei la care dorim să facem adaptarea. Acesta este de exemplu cazul în care folosim ca linii de transmisie doar

cabluri coaxiale cu impedanță identică. Pentru a realiza adaptarea în acest caz vom folosi întâi o linie de transmisie serie până la intersecția cercului de admitanță normată unitară. Această intersecție se poate face în două puncte diferite, conform Fig.5. În funcție de punctul de intersecție ales, urmează plasarea unei a doua linii de transmisie în paralel cu circuitul existent, linie care poate fi terminată fie în scurt (Fig.5a), fie în gol (Fig.5b).

O altă modalitate de a realiza adaptarea sarcinii este prin folosirea de linii de transmisie a căror impedanță caracteristică poate fi schimbată (precum în cazul liniilor microstrip, la care impedanța caracteristică depinde de lățimea conductorului superior). În acest caz ne bucurăm de flexibilitate maximă, iar numărul posibilităților de adaptare folosind două linii de transmisie diferite devine practic infinit.

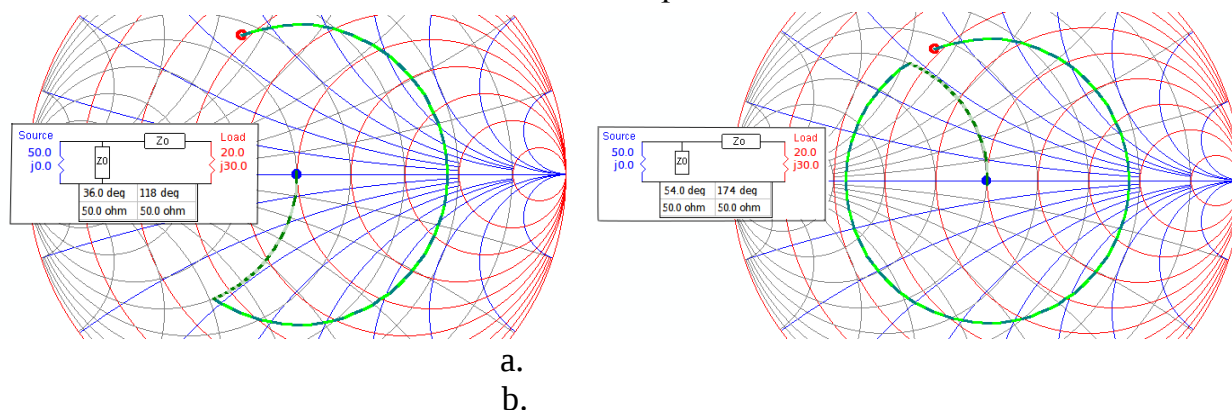


Fig.5. Adaptarea folosind două linii de transmisie intermediare cu impedanța caracteristică egală cu cea a liniei de transmisie inițiale

În Fig.6 sunt afișate două modalități de adaptare a sarcinii folosind ca prim element o linie de transmisie cu impedanța caracteristică egală cu cea a liniei la care vrem să facem adaptarea (impedanța caracteristică a diagramei Smith) iar ca element secund o linie de transmisie “sfert de undă”, adică o linie a cărei lungime este egală cu un sfert din lungimea de undă a radiației folosite.

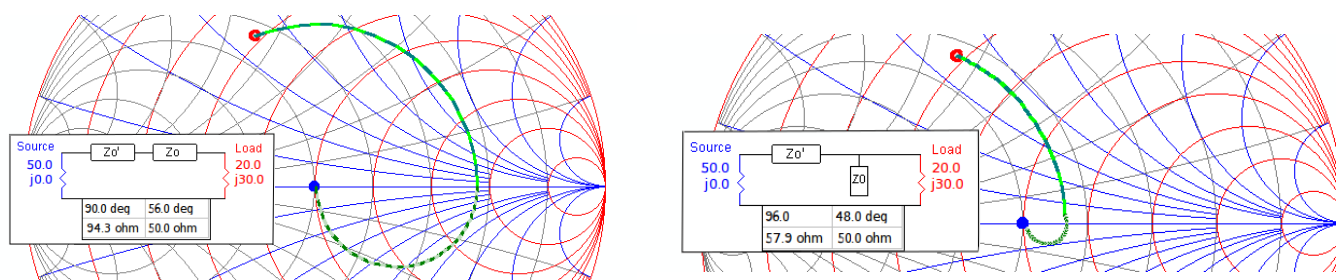


Fig.6. Adaptarea folosind două linii de transmisie cu impedanțe caracteristice diferite

3.3. Adaptarea unei sarcini la impedanța generatorului

Atunci când impedanța generatorului nu este egală cu impedanța caracteristică a liniei de transmisie folosite, nu mai este suficient să adaptăm sarcina la linia de transmisie pentru a avea loc un transfer maxim de putere.

În această situație trebuie ca adaptarea sarcinii să se facă la conjugatul impedanței generatorului, conform ecuației (1). Pentru aceasta ne vom asigura că impedanța

generatorului este fixată corect din meniul *Set Load* → *Load, Source and Parasitics* conform Fig.7, iar opțiunea *Conjugate Plot* este bifată.

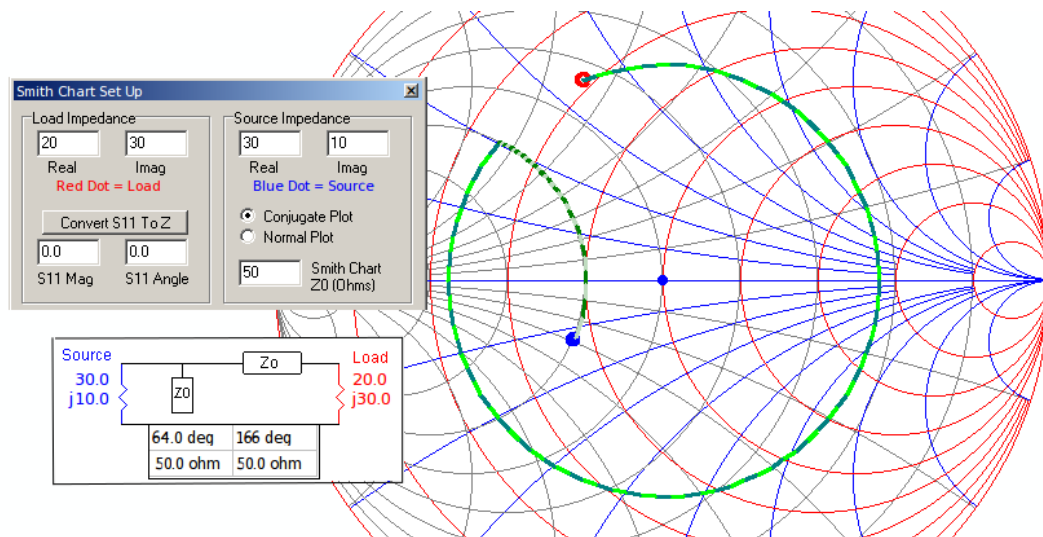


Fig.7. Adaptarea sarcinii la impedanța generatorului folosind două linii de transmisie cu impedanță caracteristică identică

Adaptarea la impedanța generatorului se face analog cu adaptarea sarcinii la impedanța caracteristică a liniei de transmisie, însă în loc să urmărim deplasarea punctului roșu în centrul diagramei, vom urmări suprapunerea sa cu poziția punctului albastru de pe diagramă (conjugatul impedanței sursei). Primul element pe care-l vom adăuga în circuit va avea așadar rolul de a ne plasa fie pe cercul de rezistență constantă pe care se află punctul albastru, fie pe cercul de conductanță constantă pe care se află acesta. În Fig.7 de exemplu am folosit o linie de transmisie serie pentru a ne plasa pe cercul de conductanță constantă, pentru ca apoi să folosim o linie de transmisie terminată în gol cuplată în paralel pentru a ajunge la punctul albastru, analog felului în care am procedat în Fig.5b pentru a realiza adaptarea sarcinii la linia de transmisie.

Identice cu felul în care am procedat la punctele precedente, se pot imagina toate celelalte configurații de adaptare și pentru cazul dezadaptării dintre generator și linia de transmisie. Dacă în cazul adaptării sarcinii la linia de transmisie adaptarea se făcea la coordonata sarcinii (elementele adăugate erau vecine cu sarcina), în cazul adaptării sarcinii la generator, adaptarea se realizează la coordonata generatorului, iar impedanța sarcinii (punctul roșu din Fig.7) trebuie să țină cont și de efectul pe care îl are o eventuală linie de transmisie intercalată între generator și sarcină.

3.4. RL și Factorul de calitate Q

Variația RL cu frecvența pentru un circuit de adaptare poate fi vizualizată cu programul Smith Chart dacă selectăm în fereastra principală opțiunea “Return Loss” (Fig.8).

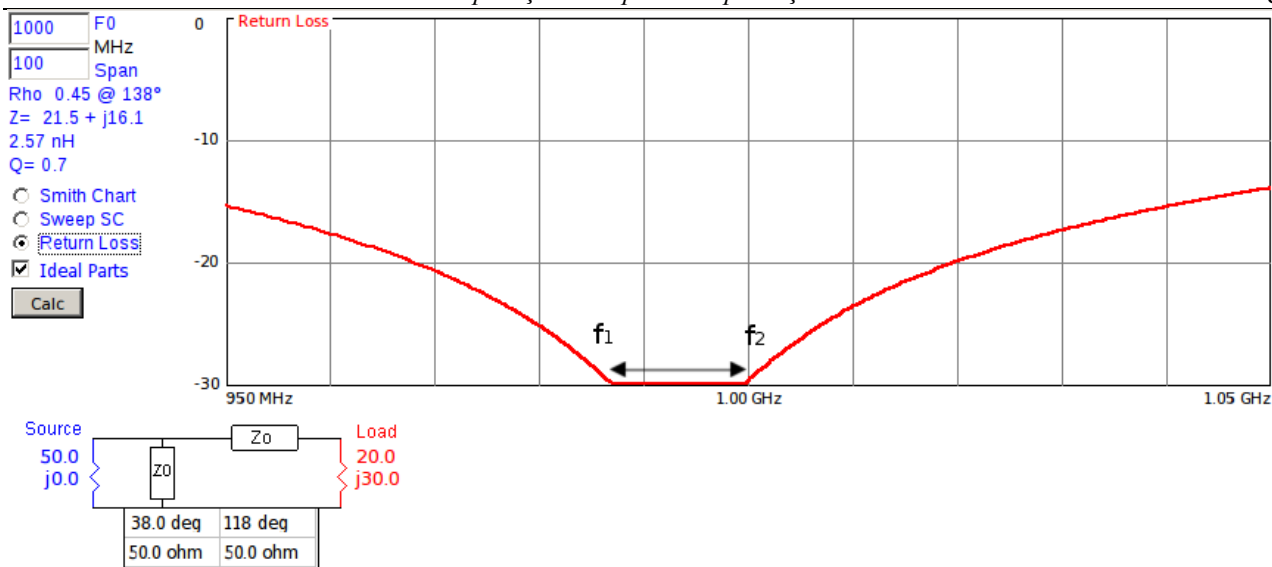


Fig.8. Adaptarea sarcinii la impedanța generatorului folosind două linii de transmisie cu impedanță caracteristică identică

În Fig.8 se poate observa cum ar arăta graficul lui RL în funcție de frecvență pentru circuitul de adaptare din Fig. 5a. Pentru a calcula factorul de calitate Q se va aplica formula (6). Pragul de dezadaptare este considerat cel din formula (5).

Nume:

Echipa:

După împărțirea studenților în 6 echipe de lucru, fiecărei echipe i se vor aloca câte 5 linii de transmisie, conform tabelului de mai jos. Se consideră pentru fiecare circuit $\varepsilon_r=1$. Atenție: nu toate circuitele de mai jos pot fi adaptate, iar unele sunt deja adaptate.

Tabel 1

A	B	C
(1) $Z_G=50\Omega$, $f=0.5\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=15\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(1) $Z_G=50\Omega$, $f=4\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=4\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(1) $Z_G=50\Omega$, $f=1\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$
(2) $Z_G=20\Omega$, $f=0.5\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=4\text{cm}$, $Z_S=(50+50j)\Omega$	(2) $Z_G=30\Omega$, $f=4\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=(50+60j)\Omega$	(2) $Z_G=20\Omega$, $f=1\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=3\text{cm}$, $Z_S=(50+10j)\Omega$
(3) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=60\text{cm}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=0$	(3) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=7.5\text{cm}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=0$	(3) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=30\text{cm}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=0$
(4) $Z_G=50\Omega$, $f=0.5\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=4\text{cm}$, $Z_S=\infty$	(4) $Z_G=50\Omega$, $f=4\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=0.75\text{cm}$, $Z_S=\infty$	(4) $Z_G=50\Omega$, $f=1\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=\infty$
(5) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=40\text{cm}$, $Z_C=10\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(5) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=25\text{cm}$, $Z_C=75\Omega$, $L=6.25\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(5) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=20\text{cm}$, $Z_C=30\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$
D	E	F
(1) $Z_G=50\Omega$, $f=3\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=4\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(1) $Z_G=50\Omega$, $f=2\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=3\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(1) $Z_G=50\Omega$, $f=1.5\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=1\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$
(2) $Z_G=30\Omega$, $f=3\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=1\text{cm}$, $Z_S=(50+20j)\Omega$	(2) $Z_G=40\Omega$, $f=2\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=2\text{cm}$, $Z_S=(50+30j)\Omega$	(2) $Z_G=10\Omega$, $f=1.5\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=3\text{cm}$, $Z_S=(50+40j)\Omega$
(3) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=10\text{cm}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=0$	(3) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=15\text{cm}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=0$	(3) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=20\text{cm}$, $Z_C=50\Omega$, $L=10\text{cm}$, $Z_S=0$
(4) $Z_G=50\Omega$, $f=3\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=\infty$	(4) $Z_G=50\Omega$, $f=2\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=7.5\text{cm}$, $Z_S=\infty$	(4) $Z_G=50\Omega$, $f=1.5\text{GHz}$, $Z_C=50\Omega$, $L=2\text{cm}$, $Z_S=\infty$
(5) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=10\text{cm}$, $Z_C=40\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(5) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=30\text{cm}$, $Z_C=20\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$	(5) $Z_G=50\Omega$, $\lambda=15\text{cm}$, $Z_C=60\Omega$, $L=5\text{cm}$, $Z_S=50\Omega$

1. Realizați adaptarea sarcinii la impedanța liniei pentru circuitele (1), (3) și (5) folosind doar componente cu parametri concentrați.

2. Realizați adaptarea sarcinii la impedanța generatorului pentru circuitele (2) și (4) folosind doar componente cu parametri concentrați.

3. Realizați adaptarea sarcinii la impedanța liniei pentru circuitele (1), (3) și (5) folosind doar două linii de transmisie cu impedanță caracteristică de 50Ω .

4. Realizați adaptarea sarcinii la impedanța generatorului pentru circuitele (2) și (4) folosind doar două linii de transmisie cu impedanță caracteristică de 50Ω .

5. Realizați adaptarea sarcinii la impedanța liniei pentru circuitele (1), (3) și (5) folosind doar două linii de transmisie având orice impedanțe caracteristice, dintre care una cu lungime sfert de undă.

6. Calculați factorul de calitate Q pentru circuitele obținute la punctul 3:

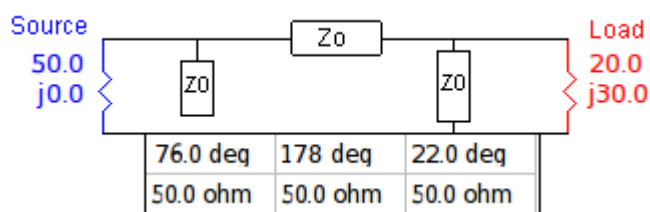
$Q(1) = \dots\dots\dots$ $Q(3) = \dots\dots\dots$ $Q(5) = \dots\dots\dots$

7. Răspundeți la întrebările:

a. Puteți realiza, folosind softul din acest laborator, caracterizarea unei linii de transmisie cu pierderi? Motivați răspunsul.

.....

b. Care este factorul de calitate al circuitului de adaptare din figura de mai jos, știind că circuitul funcționează pentru frecvența de 1GHz?



c. Ce credeți că ar trebui făcut pentru a obține circuite de adaptare cu un factor de calitate ridicat, precum cel al circuitului de la punctul b?

.....

d. Ce lungime au liniile de transmisie din figura de la punctul b?

L_1 (linia de transmisie din stânga) =

.....

L_2 (linia de transmisie din centru) =

.....

L_3 (linia de transmisie din dreapta) =

.....

Indicație: La punctele 1-5 desenați circuitele obținute pe o foaie separată. Dacă circuitul nu poate fi adaptat sau este deja adaptat specificați acest lucru.

CAPITOLUL 4

GHIDURI DE UNDĂ

Prezentul capitol este dedicat studiului teoretic al ghidurilor de undă. Spre deosebire de alte cărți în domeniu, abordarea de față se va concentra mai mult pe aspectele intuitive ale problemei propagării radiației electromagnetice prin ghiduri. Autorul consideră că sunt suficient de multe cărți care redau aceleași demonstrații matematice pentru a ajunge la soluțiile ecuației undei în ghiduri. Lipsesc din literatura de specialitate însă alte aspecte interesante precum reprezentări vizuale ale modurilor de propagare, diagrama de evoluție a modurilor în funcție de frecvență, etc. În acest sens, autorul a creat o serie de aplicații care pot fi accesate on-line, ce umplu acest gol din literatură prin punerea la dispoziție a unor reprezentări grafice pentru bine-cunoscutele soluții analitice. Aceste aplicații vor fi explicate pe larg în ultima secțiune aplicativă a acestui capitol (Aplicația 7).

4.1. Introducere

Ghidul de undă este un domeniu spațial situat de-a lungul unei axe, delimitat de o suprafață de discontinuitate a parametrilor electrici și magnetici (ϵ, μ, σ), care asigură propagarea câmpului electromagnetic de-a lungul axei sale. Un exemplu cunoscut de ghid de undă este fibra optică, folosită pentru ghidarea chiar și pe distanțe mari a undelor electromagnetice din benzile infraroșu și vizibil. Ghidarea în acest caz se realizează datorită fenomenului de reflexie totală la interfața de separație dintre doi dielectrici. În Fig. 4.1a această suprafață este dată de interfața dintre miezul și învelișul fibrei.

În Fig. 4.2b cele două medii între care are loc reflexia totală sunt notate cu indicii n_1 și n_2 , semnificând indicii lor de refracție. Tot în Fig. 4.2 se poate vedea că atunci când radiația intră în miez la un unghi de incidență i_0 mai mare decât un unghi limită numit apertură numerică a fibrei optice, fenomenul de reflexie totală încetează.

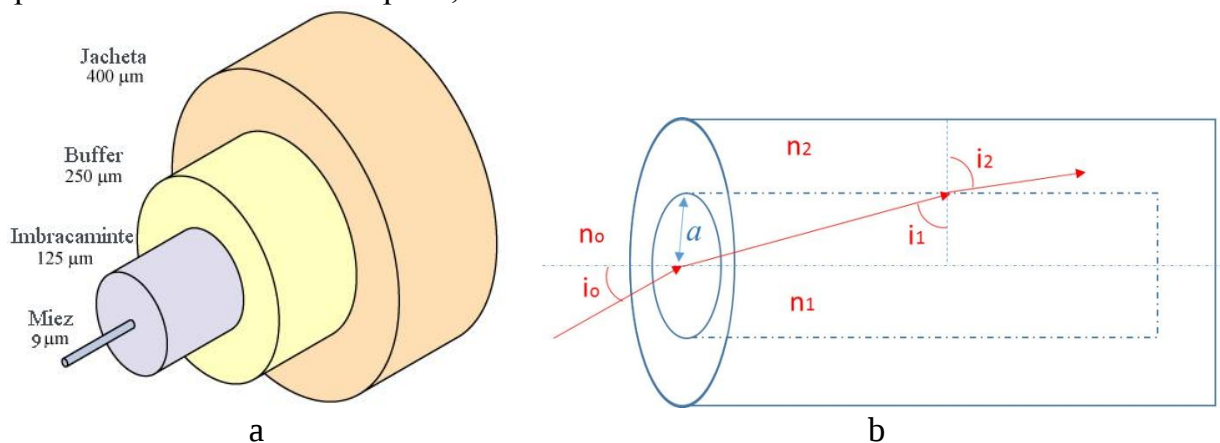


Fig. 4.1 Ghidarea radiației prin fibre optice: a – structura fibrei, b – injecția undei sub un unghi mai mare decât apertura numerică a fibrei

Fibra optică este un exemplu de ghid de undă în totalitate dielectric. Ghidurile de undă pentru microunde sunt din păcate mai costisitoare deoarece folosesc suprafețe metalice

pentru limitarea propagării radiației după o singură axă. După cum vom vedea în capitolul de față, dimensiunile transversale ale ghidului sunt proporționale cu lungimea de undă a radiației folosite. Deoarece lungimea de undă a microundelor în banda X este de ordinul centimetrilor, secțiunea transversală va avea același ordin de mărime, ridicând și mai mult costurile de material față de cazul fibrei optice care este de grosimea firului de păr.

Înainte de a trece la clasificarea ghidurilor de undă, să facem o ultimă observație în legătură cu diferențele dintre liniile de transmisie și ghidurile de undă pentru domeniul microundelor. Dacă liniile de transmisie sunt formate din cel puțin doi conductori electrici între care se află un material izolator, ghidurile de undă metalice sunt formate dintr-un singur conductor în interiorul căruia se află un dielectric prin care se propagă radiația. Diferența este importantă, deoarece atunci când avem de-a face cu un singur conductor nu mai putem apela la formalismul matematic simplificat al undelor de tensiune și curent folosit în capitolul precedent, deoarece pur și simplu tensiunea electrică va fi zero între diferitele puncte ale suprafeței conductoare. De data aceasta va trebui să apelăm din nou la ecuațiile Maxwell descrise în capitolul 2.

Ghidurile de undă pot fi împărțite după mai multe criterii, pornind de la natura suprafeței de discontinuitate, până la natura dielectricului din interiorul ghidului. Oferim mai jos o parte din aceste criterii de clasificare:

A. După parametrii electrici și magnetici de material ϵ, μ, σ .

- ϵ, μ, σ – atunci când parametrii de material sunt constanți în interiorul ghidului vorbim despre un ghid de undă omogen, izotrop, liniar
- $\epsilon, \mu, \sigma = f(\vec{E}, \vec{H})$ – atunci când oricare din cei trei parametri sau toți depind de intensitatea câmpului electric sau magnetic, avem de-a face cu un ghid de undă neliniar.
- $\epsilon, \mu, \sigma = f(x, y)$ – atunci când cei trei parametri depind de poziție vorbim despre un ghid de undă neomogen.
- $\epsilon, \mu, \sigma = (\hat{\epsilon}, \hat{\mu}, \hat{\sigma})$ – în cazul în care cei 3 parametri se scriu tensorial (sub forma unei matrici) avem de-a face cu un ghid de undă anizotrop.

B. După geometria ghidului.

- ghiduri cu profil uniform – se păstrează secțiunea ghidului de-a lungul axei de propagare. Toate ghidurile tratate în această secțiune teoretică vor avea un profil dreptunghiular uniform.
- ghiduri cu profil neuniform – se modifică secțiunea ghidului de-a lungul axei de propagare (Fig. 4.2). Un exemplu din acest tip de ghid este antena Horn, care a fost folosită în primele două aplicații ale acestei cărți.

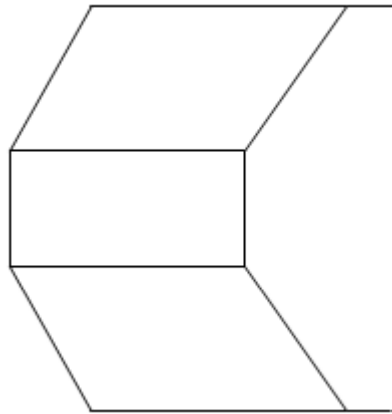


Fig. 4.2 – Exemplu de ghid de undă neuniform

C. După natura suprafeței de discontinuitate

- a) ghiduri metalice – folosite în special pentru domeniul microundelor
- b) ghiduri dielectrice – folosite în special pentru domeniul optic

D. După forma suprafeței de discontinuitate

- a) ghiduri dreptunghiulare
- b) ghiduri circulare

În continuarea expunerii ne vom concentra atenția asupra ghidurilor metalice dreptunghiulare uniforme, omogene, izotrope și liniare. Acestea sunt atât cele mai întâlnite în practică, precum și cele mai ușor de tradus în limbaj matematic. Pentru ca ghidul din Fig. 4.3 să fie un astfel de ghid de undă, trebuie ca parametrii de material specifici celor două medii (notate cu indicii ① și ② în Fig. 4.3) să fie constanți peste tot, indiferent de poziție sau de amplitudinea locală a câmpurilor electric și magnetic.

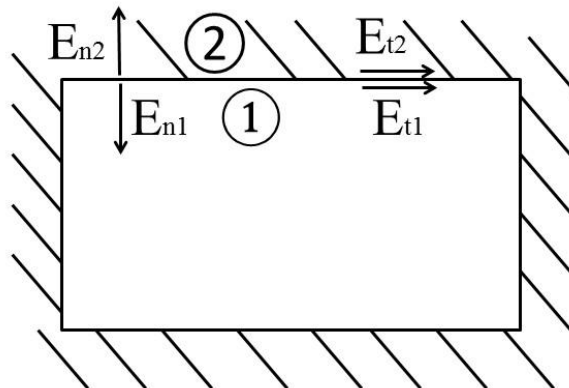


Fig. 4.3 – Exemplu de ghid de undă dreptunghiular uniform metalic

Putem acum scrie condițiile de continuitate la frontiera de separație dintre mediile ① și ②:

$$\begin{aligned} E_{t1} &= E_{t2} \\ B_{n1} &= B_{n2} \end{aligned} \quad (1)$$

Pentru că mediul ② este metal:

$$\begin{aligned} E_{t2} = 0 &\Rightarrow E_{t1} = 0 \\ B_{n2} = 0 &\Rightarrow B_{n1} = 0 \Rightarrow H_{n1} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

4.2. Moduri de propagare

Dacă rezolvăm ecuația undei precum am făcut-o în Capitolul 2 și punem condițiile la frontieră (2) soluțiile găsite poartă numele de moduri de propagare în ghid. Înainte însă de a trece la descrierea matematică a modurilor de propagare prin ghidurile de undă, vom face o scurtă recapitulare a modului de propagare a radiației în spațiul liber, omogen, izotrop și liniar, la distanță mare de sursa care a produs radiația.

4.2.1. Modul transversal electromagnetic (T.E.M.)

Acest mod de propagare, care a fost studiat odată cu unda plană în Capitolul 2, presupune că atât câmpul electric, cât și cel magnetic au o componentă nulă pe direcția de propagare. Altfel spus, atât câmpul electric, cât și cel magnetic, sunt transversale pe direcția de propagare $\vec{k}$ (Fig. 4.4). Matematic, acest lucru poate fi scris:

$$\begin{aligned} \vec{k} &= \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{|\vec{E} \times \vec{H}|} \\ \vec{E} &\perp \vec{H} \\ \vec{E} &\perp \vec{k} \\ \vec{H} &\perp \vec{k} \end{aligned} \quad (3)$$

unde $\vec{k}$ = direcția de deplasare a undei, care pentru demonstrațiile ce urmează va fi tot timpul coliniară cu axa de coordonate z.

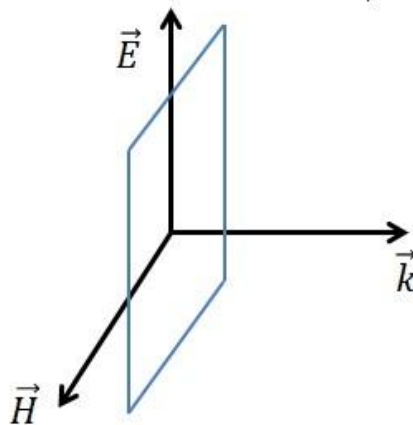


Fig. 4.4 – Modul de propagare transversal electromagnetic (T.E.M.)

Propagarea T.E.M. NU poate avea loc în ghidurile de undă (Fig. 4.5a); poate avea loc doar în spațiul liber sau pe liniile de transmisie cu cel puțin doi conductori diferiți. Putem

vorbi însă despre o propagare cvasi – T.E.M. (Fig. 4.5b) atunci când, de exemplu, lăţimea unui ghid de undă „ a ” tinde la infinit comparativ cu înălţimea „ b ”. În aceste cazuri ghidul de undă poate fi aproximat cu o linie de transmisie plată în care conductorul de sus este separat de cel de jos de dielectricul de grosime b .

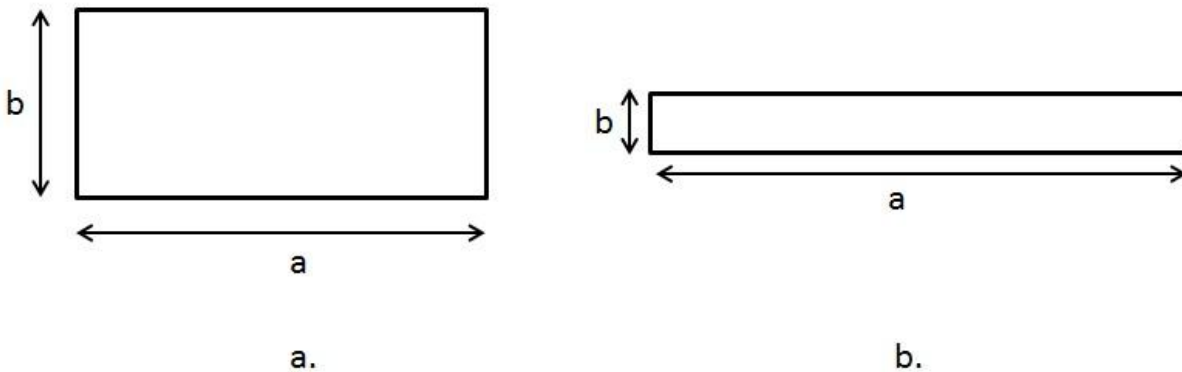


Fig. 4.5 – Ghidul de undă dreptunghiular (a) poate fi aproximat cu o linie de transmisie plată atunci când $a \gg b$ (b)

Vom face mai jos o scurtă trecere în revistă a soluţiei propagării undei obţinută pentru cazul undei plane din Capitolul 2. Am considerat axa x de-a lungul direcţiei vectorului intensitate a câmpului electric E , iar axa y de-a lungul direcţiei vectorului intensitate a câmpului magnetic H . Am pornit apoi de la ecuaţiile lui Maxwell pentru un mediu dielectric fără pierderi ($\sigma = 0$):

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} &= +\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}\tag{4}$$

După ce am înmulţit cu $\nabla \times$ atât în prima cât şi în a doua ecuaţie de mai sus, am obţinut:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \mu \epsilon \omega^2 E_x = 0 \\ \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \mu \epsilon \omega^2 H_y = 0 \end{cases}$$

care după rezolvare

$$\begin{cases} E_x = E_{x,0}^+ * e^{j(\omega t - \beta z)} + E_{x,0}^- * e^{j(\omega t + \beta z)} \\ H_y = H_{y,0}^+ * e^{j(\omega t - \beta z)} + H_{y,0}^- * e^{j(\omega t + \beta z)} \end{cases}$$

unde constanta de fază β este egală cu:

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$$

sau

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c}$$

unde c este viteza de fază a radiației:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}$$

Tot în Capitolul 2 am introdus și mărimea Z_U , impedanța de undă, care a fost definită ca raportul dintre intensitatea câmpului electric și cea a câmpului magnetic, pentru unda electromagnetică directă:

$$Z_U = \frac{E_{x0+}}{H_{y0+}} = \frac{E_{x0-}}{-H_{y0-}}$$

Pentru o undă plană, am văzut că impedanța de undă este egală cu impedanța dielectricului Z_d :

$$Z_U = Z_D$$

care la rândul ei este egală cu:

$$Z_d = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

Dacă în ecuațiile Maxwell de început (4) am fi considerat cazul unui mediu cu pierderi, atunci impedanța dielectricului ar fi fost:

$$Z_d = \sqrt{\frac{j\omega * \mu}{\sigma + j\omega * \epsilon}}$$

După această scurtă recapitulare a formulelor de bază obținute în Capitolul 2 pentru propagarea transversal electromagnetică, vom trece acum la analiza matematică a modurilor de propagare în ghidurile de undă metalice dreptunghiulare fără pierderi și vom încerca să găsim formule analoage pentru mărimile β , c , Z_U și pentru cazul ghidurilor de undă fără pierderi.

4.2.2. Moduri transversal electrice (TE)

Vom vedea în această secțiune că modurile de propagare pe ghidurile de undă au o frecvență de apariție numită frecvență critică. Primul mod în ordinea frecvenței de apariție pentru ghidurile de undă dreptunghiulare este un mod de tip transversal electric.

Modurile transversal electrice, după cum le spune și denumirea, sunt caracterizate printr-o componentă nulă a câmpului electric pe direcția de propagare:

$$\begin{aligned} E_z &= 0; \\ H_z, E_x, E_y, H_x, H_y &= H_z, E_x, E_y, H_x, H_y(x, y, z) \end{aligned} \quad (5)$$

Restul componentelor depind de toate cele 3 coordonate spațiale (5). Din fericire, putem să simplificăm calculele ulterioare dacă presupunem, pentru toate cele 5 componente

necunoscute din sistemul (5) o dependență armonică cu coordonata z , analogă cu cea găsită pentru cazul propagării undei plane în medii fără pierderi:

$$H_z, E_x, E_y, H_x, H_y \sim e^{-j\beta_g z} \quad (6)$$

în care $\beta_g \in \mathbb{R}$ reprezintă constanta de fază în interiorul ghidului. Analog cu situația modului transversal electromagnetic, constanta de fază în ghid se definește ca:

$$\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad (7)$$

în care λ_g este lungimea de undă în interiorul ghidului, măsurată de-a lungul axei de propagare z (Fig. 4.6).

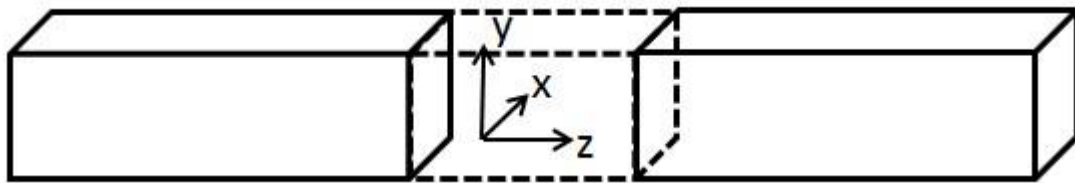


Fig. 4.6 – Axele de coordonate în interiorul ghidului de undă

Pornim din nou de la cele două ecuații Maxwell (4) folosite și în secțiunea precedentă, pe care le înmulțim vectorial la dreapta cu operatorul ∇ :

$$\begin{aligned} \nabla \times | \quad \nabla \times \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \times | \quad \nabla \times \vec{H} &= +\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (8)$$

Dacă ne folosim de echivalența din analiza vectorială:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} \quad (9)$$

unde $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \text{div} \vec{E} = 0$ deoarece densitatea de sarcini electrice este nulă în interiorul ghidului. Înlocuind (9) în prima ecuație din (8) și considerând dependența de timp de forma $e^{j\omega t}$ rezultă:

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial \nabla \times \vec{H}}{\partial t} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \epsilon \omega^2 \vec{E} \Rightarrow \mu \epsilon \omega^2 \vec{E} + \nabla^2 \vec{E} = 0$$

Reordonând termenii ecuației, rezultă forma generală a ecuației undei pentru câmpul electric:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \quad (10)$$

Același lucru am obține și pentru câmpul magnetic, dacă am înlocui în (9) intensitatea câmpului electric cu cea a câmpului magnetic și am înlocui rezultatul în a doua ecuație a sistemului (8):

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu \varepsilon \vec{H} = 0 \quad (11)$$

Operatorul ∇ din ecuația precedentă poate fi scris, dacă separăm coordonatele transversale de coordonata longitudinală:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z = \nabla_T + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z \quad (12)$$

Atunci ∇^2 ar putea fi scris:

$$\nabla^2 \vec{E} = \nabla_T^2 \vec{E} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E} \quad (13)$$

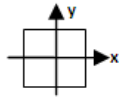
iar $\nabla^2 \vec{E}$ devine, ținând cont și de dependența (6):

$$\nabla^2 \vec{E} = \nabla_T^2 \vec{E} + (-j\beta_g)^2 \vec{E} = \nabla_T^2 \vec{E} - \beta_g^2 \vec{E} \quad (14)$$

În sfârșit, ecuațiile (10) și (11) devin:

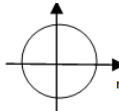
$$\begin{aligned} (\nabla_T^2 + \omega^2 \mu \varepsilon - \beta_g^2) \vec{E} &= 0 \\ (\nabla_T^2 + \omega^2 \mu \varepsilon - \beta_g^2) \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Deși am particularizat încă de la începutul acestei secțiuni demonstrația pe cazul ghidului dreptunghiular, trebuie să specificăm că până în acest punct ea este valabilă pentru toate tipurile de forme ale ghidurilor, deoarece încă nu am precizat în ce fel este făcută derivarea în secțiune transversală. Pentru ghiduri dreptunghiulare, este avantajos să se folosească sistemul de coordonate (x, y):



$$\nabla_T = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y \quad (16)$$

Pentru ghidurile circulare este în schimb avantajos să se folosească sistemul de coordonate polare (r, ϕ):



$$\nabla_T = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \vec{e}_\phi \quad (17)$$

Se poate demonstra că ecuațiile (15) au soluții doar pentru valori constante discrete ale termenului $\omega^2 \mu \varepsilon - \beta_g^2$ pe care-l vom nota de acum încolo cu k_c^2 :

$$k_c^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \beta_g^2 \quad (18)$$

Constantele k_c , numite numere de undă critice, pentru care ecuațiile (15) au soluții, vor fi explicitate matematic în secțiunea următoare. Pentru moment, ne mărginim să spunem că valorile lor sunt proprii fiecărui mod de propagare în parte. Explicitând β_g din ecuația (18) obținem:

$$\beta_g = \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon - k_c^2} \quad (19)$$

Pentru ca propagarea să fie armonică și neatenuată, atunci valoarea lui β_g trebuie să fie reală, altfel amplitudinea vectorilor din (6) va tinde repede spre zero pe măsura creșterii coordonatei z . Rezultă așadar condiția de propagare neatenuată:

$$\omega^2 \mu \varepsilon \geq k_c^2 \quad (20)$$

La limită când $\beta_g = 0$, pulsația se numește pulsație critică și este egală cu:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k_c^2}{\mu \varepsilon}} \quad (21)$$

iar frecvența corespunzătoare se va numi frecvență critică:

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad (22)$$

Condiția de propagare (20) se poate rescrie așadar în funcție de frecvența critică:

$$f \geq f_c \quad (23)$$

Folosind așadar frecvența de lucru f și frecvența critică f_c , constanta de fază în ghid β_g poate fi așadar redefinită din (19):

$$\beta_g = 2\pi\sqrt{\varepsilon\mu(f^2 - f_c^2)} = 2\pi \cdot f \sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (24)$$

Dacă ne folosim de formula constantei de fază pentru o undă plană ($\beta = 2\pi f \sqrt{\varepsilon\mu}$) rezultă:

$$\beta_g = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (25)$$

Rescriind ecuația (25) în funcție de lungimea de undă în ghid (λ_g) și de lungimea de undă a unei unde plane (care se propagă în modul T.E.M.):

$$\frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (26)$$

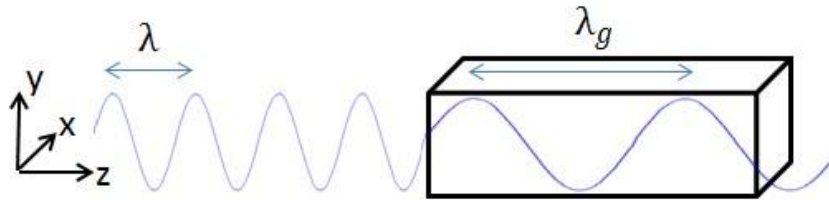


Fig. 4.7 – Modificarea lungimii de undă la trecerea radiației din spațiul liber în ghid

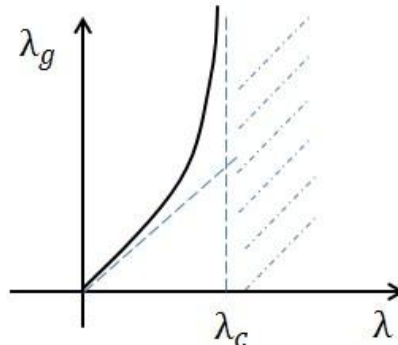


Fig. 4.8 – Corespondența dintre lungimea de undă în spațiul liber și cea în ghid

Asemănător cu definiția frecvenței critice, putem defini și lungimea de undă critică λ_c drept lungimea de undă a radiației în spațiul liber sub valoarea căreia radiația nu se mai poate propaga armonic prin ghidul de undă:

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c} \quad (27)$$

Sintetizând ecuațiile (26) și (27) rezultă graficul din Fig. 4.8, care arată dependența lungimii de undă prin ghid (λ_g) de lungimea de undă a unei plane λ . Pentru că frecvența de lucru f , analog trecerii radiației dintr-un mediu în altul, nu se schimbă la trecerea radiației din ghid în spațiul liber sau din spațiul liber în ghid, rezultă:

$$f \cdot \lambda_g = \frac{f \cdot \lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Rightarrow c_g = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (28)$$

unde c_g este viteza de fază a undelor de frecvență f în ghid, iar c este viteza de fază a acelorași unde în spațiul liber. O altă cale de a deduce formula (28) este scriind viteza de fază ca raport dintre pulsația ω și constanta de fază în ghid β_g .

$$c_g = \frac{\omega}{\beta_g} = \frac{\omega}{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Rightarrow c_g = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (29)$$

Deoarece numitorul din (29) este totdeauna subunitar conform condiției de propagare (20) atunci viteza de fază în ghid este mai mare sau egală cu viteza de fază a radiației în spațiul liber. Contradicția teoriei relativității de către formula (29) este doar aparentă, deoarece viteza de fază nu este viteza de propagare a informației prin ghid, ci doar viteza de deplasare a fazei pentru o undă monocromatică, nemărginită atât spațial cât și temporal. Pentru a afla viteza de deplasare a informației, trebuie calculată viteza de grup prin ghid $v_{g,g}$, definită ca derivata pulsației în funcție de constanta de propagare prin ghid:

$$v_{g,g} = \frac{d\omega}{d\beta_g} = \frac{d\omega}{d(\sqrt{\epsilon\mu(\omega^2 - \omega_c^2)})} = \frac{d\omega}{\sqrt{\epsilon\mu} \frac{1}{2} \frac{2\omega}{\omega^2 - \omega_c^2} d\omega} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} * \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}}{\omega} \quad (30)$$

Rescriind (30) în funcție de viteza de fază a unei plane și frecvență, rezultă:

$$v_{g,g} = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (31)$$

În Fig. 4.9 sunt reprezentate pe același grafic ecuațiile (29) și (31) care leagă viteza de fază, respectiv de grup, din ghid, cu viteza de fază a unei plane în mediul dielectric care umple ghidul.

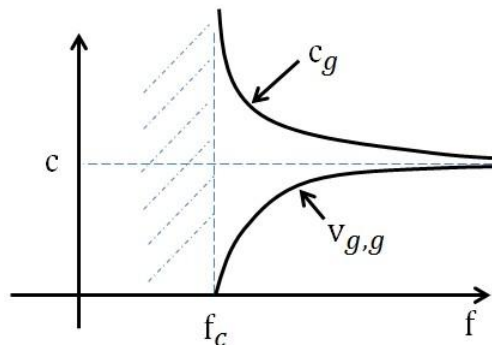


Fig. 4.9 – Dependența vitezelor de fază (c_g) și de grup ($v_{g,g}$) ale radiației în ghid în funcție de viteza de fază a unei plane (c) și frecvența de lucru (f)

Tot în această secțiune oferim, de data asta fără demonstrație, formula variației impedanței de undă în ghidul de undă pentru modurile de tip transversal electric:

$$Z_{TE} = \frac{Z_d}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (32)$$

unde Z_d este impedanța intrinsecă a dielectricului fără pierderi, despre care am văzut mai devreme că este egală cu:

$$Z_d = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \approx 377\Omega \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

în care $Z_0 \approx 377\Omega$ este impedanța intrinsecă a vidului.

4.2.3. Moduri transversal magnetice (TM)

Modurile transversal magnetice, după cum le spune și denumirea, sunt caracterizate printr-o componentă nulă a câmpului magnetic pe direcția de propagare:

$$\begin{aligned} H_z &= 0; \\ E_z, E_x, E_y, H_x, H_y &= E_z, E_x, E_y, H_x, H_y(x, y, z) \end{aligned} \quad (5')$$

Analog cu secțiunea precedentă dedicată modurilor transversal electrice, cele 5 componente necunoscute din sistemul (33) au, în ghidurile de undă fără pierderi, o dependență armonică de coordonata z .

$$E_z, E_x, E_y, H_x, H_y \sim e^{-j\beta_g z} \quad (6')$$

De aici, lucrurile se desfășoară identic și pentru modurile transversal magnetice, precum în cazul precedent al modurilor transversal electrice. Regăsim aceleași formule (7 – 31) și pentru aceste moduri de propagare, fără nicio diferență față de cazul anterior.

Unica diferență apare la formula (32), de altfel singura formulă a secțiunii precedente care nu se sprijină pe vreo demonstrație. Impedanța de undă devine, așadar, pentru cazul modurilor transversal magnetice, egală cu:

$$Z_{TM} = Z_d \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (32')$$

Atunci când frecvența critică tinde spre zero ar trebui să regăsim formulele specifice modului T.E.M., mod care poate apărea la orice frecvență de lucru. Intr-adevăr, dacă $f_c = 0$, rezultă din (26):

$$\lambda_g = \lambda \quad (26'')$$

iar din (29) și (31):

$$c_g = c \quad (29''')$$

$$v_{g,g} = c \quad (31'')$$

În sfârșit impedanța de undă Z_u devine egală atât pentru cazul modurilor T.E. cât și pentru cel al modurilor T.M. egală cu:

$$Z_{TE} = Z_{TM} = Z_d \quad (32'')$$

Toate formulele (18 – 32) sunt valabile și pentru ghidurile de formă circulară, deoarece în niciun punct din demonstrație nu am folosit particularizările (16) și (17), destinate unuia sau altuia dintre sistemele de coordonate. Diferențierea dintre un mod transversal și altul apare prin intermediul frecvenței critice f_c care este legată de numărul de undă critic k_c prin ecuația (22). Tocmai calculul acestei constante k_c specifică fiecărui mod în parte va fi calculată diferit la ghidurile de secțiune circulară comparativ cu cele de secțiune dreptunghiulară.

4.3. Distribuția câmpului

Am reușit în secțiunea precedentă să expunem teoria propagării modale în ghidurile de undă uniforme fără să particularizăm formulele obținute pentru un tip de geometrie sau altul. Nici nu am diferențiat modurile de propagare unul de altul. Am atras atenția totuși în secțiunea anterioară că diferențele între cele două geometrii provin de la modul de calcul al frecvențelor critice. În această secțiune vom deduce formulele pentru elementele care depind de geometria ghidului (dreptunghiulară sau circulară). Aceste elemente sunt frecvența critică, respectiv numărul critic de undă. Vom inversa ordinea din secțiunea precedentă și vom începe cu situația modurilor transversal magnetice, deoarece formulele căutate se deduc mai ușor pentru cazul acesta decât pentru cel al modurilor transversal electrice. De asemenea, vom trata doar cazul geometriei dreptunghiulare. Cititorul trebuie să știe că nicio formulă dedusă în această secțiune nu va mai fi valabilă pentru ghidurile circulare.

4.3.1. Moduri transversal magnetice (TM)

Reamintim că modurile transversal magnetice sunt moduri de propagare pentru care nu există o componentă a câmpului magnetic pe direcția de propagare ($H_z=0$, în timp ce E_x , E_y , E_z , H_x , H_y sunt toate diferite de zero). Amintim de asemenea ecuația (15) dedusă în secțiunea precedentă și valabilă pentru toate tipurile de moduri de propagare:

$$\begin{aligned} (\nabla_T^2 + \omega^2 \mu \epsilon - \beta_g^2) \vec{E} &= 0 \\ (\nabla_T^2 + \omega^2 \mu \epsilon - \beta_g^2) \vec{H} &= 0 \end{aligned}$$

Inlocuind în aceste ecuații identitatea (18)

$$k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta_g^2$$

rezultă

$$\begin{aligned} (\nabla_T^2 + k_c^2) \vec{E} &= 0 \\ (\nabla_T^2 + k_c^2) \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Particularizăm în sfârșit ecuațiile (33) pentru cazul ghidului dreptunghiular, conform ecuației (16):

$$\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (34)$$

Separăm numărul critic de undă în două componente ortogonale, una depinzând de coordonata x , cealaltă de coordonata y :

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (35)$$

Înlocuind (34) și (35) în (33) și alegînd ca și componentă a câmpului electric componenta E_z (despre care reamintim că este nenulă pentru cazul modurilor T.M. analizate acum), rezultă:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_x^2 + k_y^2 \right] \cdot E_z = 0 \quad (36)$$

Separăm acum și componenta E_z a câmpului electric în trei componente, una depinzând de coordonata x , cealaltă de coordonata y , și ultima de coordonata z :

$$E_z(x,y,z) = E_z'(x) \cdot E_z''(y) \cdot e^{-j\beta_g z} \quad (37)$$

Separînd ecuația (36) în cele două componente ortogonale, după axele x și y , și ignorînd componenta $e^{-j\beta_g z}$ care nu poate fi nulă, rezultă:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_x^2 \right] E_z'(x) \cdot E_z''(y) = 0 \quad (38)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_y^2 \right] E_z'(x) \cdot E_z''(y) = 0$$

Rezolvînd-o pe prima din ecuațiile (38) obținem:

$$E_z''(y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot E_z'(x) + E_z''(y) \cdot k_x^2 \cdot E_z'(x) = 0$$

Cum $E_z''(y)$ nu poate fi nulă, rezultă:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z'(x) + k_x^2 \cdot E_z'(x) = 0$$

Soluțiile de forma e^{rx} ale ecuației diferențiale de ordinul 2 de mai sus se obțin făcînd înlocuirea:

$$r^2 + k_x^2 = 0 \Rightarrow r_1, r_2 = \pm jk_x$$

Rezultă așadar soluția pentru termenul $E_z'(x)$:

$$E_z'(x) = A_z' \cdot e^{jk_x x} + B_z' \cdot e^{-jk_x x} = A_z \cdot \cos k_x x + B_z \cdot \sin k_x x$$

Analog procedăm și pentru termenul $E_z''(y)$, plecînd de la a doua ecuație (38), obținînd în final:

$$E_z''(y) = C_z \cdot \cos k_y y + D_z \cdot \sin k_y y$$

Rezultă soluția completă a ecuației (36):

$$E_z(x,y,z) = (A_z \cdot \cos k_x x + B_z \cdot \sin k_x x) (C_z \cdot \cos k_y y + D_z \cdot \sin k_y y) e^{-j\beta_g z} \quad (39)$$

În funcție de condițiile la frontieră pe care le impunem aflăm valorile constantelor complexe A, B, C și D. Condițiile la limită specifice unui ghid dreptunghiular (precum cel din Fig. 4.10 care are lățimea secțiunii transversale notată cu a și înălțimea notată cu b) sunt derivate din (1). Aceste condiții spun că pentru un ghid de undă metalic dreptunghiular, componentele tangențiale la suprafața metalică ale câmpului electric sunt nule.

$$\begin{aligned}
 E_{y(x=0)} &= 0 \\
 E_{y(x=a)} &= 0 \\
 E_{x(y=0)} &= 0 \\
 E_{x(y=b)} &= 0 \\
 E_{z(x=0)} &= 0 \\
 E_{z(x=a)} &= 0 \\
 E_{z(y=0)} &= 0 \\
 E_{z(y=b)} &= 0
 \end{aligned} \tag{40}$$

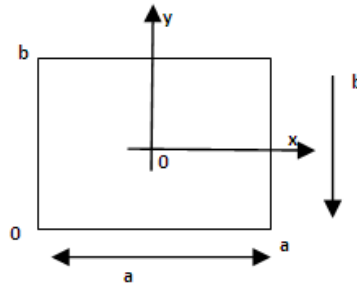


Fig. 4.10 – Geometria ghidului cu profil dreptunghiular

Pentru aflarea constantelor complexe A, B, C și D din (39) trebuie să ne folosim de ultimele patru condiții din (40). Din a cincea și a șaptea va rezulta că valorile lui A și C sunt nule:

$$\begin{aligned}
 E_z(x=0) = 0 &\Rightarrow A_z (C_z \cdot \cos k_y y + D_z \cdot \sin k_y y) = 0 \Rightarrow A_z = 0 \\
 E_z(y=0) = 0 &\Rightarrow B_z \cdot \sin k_x x (C_z + 0) = 0 \Rightarrow C_z = 0
 \end{aligned}$$

Înlocuind produsul constantelor rămase, $B_z \cdot D_z$, cu $E_{z,max}$, putem rescrie (39):

$$E_z(x,y,z) = E_{z,max} \cdot \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y y) e^{-j\beta_g z} \tag{41}$$

Prima observație pe care o putem face, analizând pe (41), este că nici k_x , nici k_y nu pot fi nule pentru modurile de propagare TM. În caz contrar, câmpul E_z va fi și el nul, contrazicînd premiza modului TM, devenind astfel un mod de tip TEM.

Din a șasea și a opta egalitate din (40) vor rezulta și valorile pentru k_x și k_y :

$$\begin{aligned}
 E_z(x=a) = 0 &\Rightarrow E_{z,max} \cdot \sin(k_x a) \cdot \sin(k_y y) = 0 \Rightarrow k_x = \frac{m\pi}{a} \\
 E_z(y=b) = 0 &\Rightarrow E_{z,max} \cdot \sin(k_x x) \cdot \sin(k_y b) = 0 \Rightarrow k_y = \frac{n\pi}{b}
 \end{aligned} \tag{42}$$

unde m și n sunt două numere întregi naturale ce identifică modul de propagare. După cum rezultă din (42) pot exista o infinitate de moduri de propagare a undelor pe ghidurile de undă. Singura condiție este ca frecvența de lucru să fie suficient de mare pentru a satisface condiția de propagare (23).

Folosind soluțiile (42) în ecuația (35) obținem formula numărului critic de undă în funcție de geometria ghidului dreptunghiular și de indicele modului:

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (43)$$

Pentru aflarea frecvenței critice în funcție de geometria ghidului și indicii modului, folosim (22):

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (44)$$

Cunoaștem așadar forma matematică completă a componentelor longitudinale ale câmpurilor electric și magnetic pentru modurile TM:

$$\begin{aligned} E_z(x,y,z) &= E_{z,\max} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ H_z(x,y,z) &= 0 \end{aligned} \quad (45)$$

Din aceste două ecuații (45) putem deduce distribuția spațială a tuturor celorlalte componente ale câmpurilor electric și magnetic, folosind ecuațiile (4). Rezultatul final, în urma prelucrărilor matematice, este:

$$\begin{aligned} H_x(x,y,z) &= H_{x,\max} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ H_y(x,y,z) &= H_{y,\max} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ E_x(x,y,z) &= E_{x,\max} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ E_y(x,y,z) &= E_{y,\max} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \end{aligned} \quad (46)$$

4.3.2. Moduri transversal electrice (TE)

Aflarea unor formule analoage formulelor (43) – (46) și pentru modurile T.E. întâmpină mai multe dificultăți cauzate de faptul că nu ne mai putem folosi de componenta E_z a câmpului electric, care în acest caz este nulă, conform definiției modurilor TE ($E_z=0$, în timp ce E_x , E_y , H_z , H_x , H_y sunt toate diferite de zero). Pentru că ne folosim de aceleași condiții la limită (40) ca și în cazul precedent al modurilor TM, rezultă că trebuie să apelăm la celelalte două componente ale câmpului electric, E_x și E_y , pentru realizarea acelorași prelucrări matematice ca și în cazul precedent. Vom folosi așadar primele 4 condiții la limită din cele 8 expuse la (40). Pentru că fiecare componentă a câmpului electric are patru constante ce trebuiesc aflate, dacă am încerca să rezolvăm constantele ambelor componente, E_x și E_y , sistemul format de primele 4 condiții la limită (40) nu ar fi suficient. Ceea ce se recomandă în acest caz este folosirea sistemului (4) de ecuații Maxwell descompus după cele 3 axe de coordonate pentru a scrie atât E_x și E_y în funcție de H_z . Se vor folosi atunci primele 4 condiții la limită din sistemul (40) pentru a afla constantele lui H_z . După realizarea tuturor acestor prelucrări matematice, se vor obține aceleași formule pentru f_c și k_c ca și în cazul precedent al modurilor TM:

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (43')$$

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (44')$$

Vor apărea în schimb diferențe la formulele distribuției componentelor longitudinale (E_z și H_z) ale câmpurilor electric și magnetic în secțiune transversală:

$$\begin{aligned} E_z(x,y,z) &= 0 \\ H_z(x,y,z) &= H_{z,\max} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \end{aligned} \quad (45')$$

Distribuția componentelor transversale (E_x , H_x , E_y , H_y) ale câmpurilor electric și magnetic în secțiune transversală rămâne aceeași pentru modurile TE, ca și pentru cele TM:

$$\begin{aligned} H_x(x,y,z) &= H_{x,\max} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ H_y(x,y,z) &= H_{y,\max} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ E_x(x,y,z) &= E_{x,\max} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \\ E_y(x,y,z) &= E_{y,\max} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta gZ} \end{aligned} \quad (46')$$

Ceea ce se modifică de la formulele (46) la (46') sunt amplitudinile maxime ale fiecărei componente în parte și deci, implicit, și impedențele de undă.

Observație: Deși în modurile TM era obligatoriu ca ambii indici m , n ce desemnau modul să fie nenuli, în modurile TE este posibil ca unul și numai unul din cei doi indici să fie nul. Într-adevăr, anularea unuia dintre indici nu conduce la anularea componentei H_z din ecuația (45') așa cum ar duce la anularea componentei E_z din ecuația (45).

4.3.3. Aplicație

Se dă un ghid de undă dreptunghi fără pierderi, de lungimi $L=190$. Latura mare " a " a secțiunii transversale este egală cu $a=4,2\text{cm}$, iar cea mică este $b=2,73\text{cm}$. Frecvența de lucru este $f_0=2\text{GHz}$. Dielectricul din ghid are permitivitatea dielectrică relativă $\epsilon_r=9$.

- Câte moduri diferite se propagă pe ghid în cazul de mai sus?
- Care este al doilea mod de propagare?
- Care este lungimea de undă a modului fundamental în interiorul ghidului?
- Cu ce întârziere apare la celălalt capăt semnalul al doilea față de primul?
- Calculați impedența de undă a modului fundamental.

Soluție:

a. Pentru ca un mod să se propage trebuie ca frecvența sa critică să fie mai mică decât frecvența de lucru f_0 : ($f_c < f_0$)

Calculăm viteza de fază a undei plane în dielectricul din ghid:

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3} = 10^8 \text{ m/s} = \frac{1}{10} \cdot 10^9 \text{ m/Hz} = 10 \text{ cm} \cdot \text{GHz}$$

Testăm toate modurile cu al doilea indice $n = 0$:

$$\text{TE}(1,0) \Rightarrow f_c = \frac{c}{2} * \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + 0} = \frac{c}{2a} = \frac{10 \text{ cmGHz}}{2 \cdot 4,2 \text{ cm}} = 1,19 \text{ GHz}$$

Deoarece f_c pentru modul TE(1,0) este mai mic decât f_0 , rezultă că modul TE(1,0) se propagă.

$$\text{TE}(2,0) \Rightarrow f_c = \frac{2c}{2a} = 2,38\text{GHz} \Rightarrow \text{Nu se propagă}$$

Testăm toate modurile cu al doilea indice $n = 1$:

$$\text{TE}(0,1) \Rightarrow f_c = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{b}\right)^2 + 0} = \frac{c}{2b} = \frac{10\text{cmGHz}}{2 \cdot 2,73} = 1,83\text{GHz} \Rightarrow \text{Se propagă}$$

$$\text{TE}(1,1) \Rightarrow f_c = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} = \frac{10\text{cmGHz}}{2} \cdot \sqrt{\frac{4,2^2 + 2,73^2}{4,2 \cdot 2,73}} = 2,18\text{GHz} \Rightarrow \text{Nu se propagă}$$

TE(1,1) are aceeași frecvență critică cu a modului TM(1,1)

Testăm toate modurile cu al doilea indice $n = 2$:

$$\text{TE}(0,2) \Rightarrow f_c = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{b}\right)^2 + 0} = \frac{c}{b} = 3,66\text{GHz} \Rightarrow \text{Nu se propagă}$$

Rezultă că sunt două moduri ce se propagă pe ghid: TE(1,0) are cea mai mică frecvență critică și deci este numit și mod fundamental. TE(0,1) are a doua frecvență critică, deci este al doilea mod de propagare în această ierarhie.

b. TE(0,1)

c. Se cere așadar λ_g pentru modul TE(1,0)

Se știe frecvența critică a modului fundamental $f_c = 1,19\text{GHz}$

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2}} = \frac{5\text{cm}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1,19}{2}\right)^2}} = 6,22\text{cm}$$

d. Trebuie calculate vitezele de grup pentru cele două moduri:

$$v_{g1} = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c1}}{f_0}\right)^2} = 10^8\text{m/s} \cdot 0,8 = 8 \cdot 10^7\text{m/s}$$

$$v_{g2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c2}}{f_0}\right)^2} = 10^8\text{m/s} \cdot 0,4 = 4 \cdot 10^7\text{m/s}$$

$$\Delta t = \frac{L}{v_{g,2}} - \frac{L}{v_{g,1}} = \frac{190\text{cm}}{4 \cdot 10^7} - \frac{190\text{cm}}{8 \cdot 10^7} = \left(\frac{19}{4} - \frac{19}{8}\right)\mu\text{s} = 2,375\mu\text{s}$$

e. Deoarece modul fundamental este de tip TE, se aplică formula impedanței de undă pentru modurile transversal electrice:

$$Z_{\text{uTE}} = \frac{Z_d}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c1}}{f_0}\right)^2}} = \frac{125,67}{0,8} \Omega = 157 \Omega$$

unde impedanța intrinsecă a dielectricului Z_d a fost calculată înainte:

$$Z_d = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{377}{3} \Omega = 125,67\Omega$$

4.4. Cavități rezonante

Rezonatorul este acea structură care oscilează cu amplitudine mai mare pe anumite frecvențe numite frecvențe de rezonanță, față de toate celelalte frecvențe. În domeniul microundelor, rezonatorii pot fi realizați atât pe linii de transmisie precum și în ghidurile de undă.

Aplicațiile cavităților rezonante (realizate în ghiduri de undă) în domeniul microundelor includ oscilatoarele (folosite ca surse de microunde în lucrările de laborator), filtrele, frecvențmetrele (folosite la măsurarea frecvenței) și amplificatoarele.

4.4.1. Teoria cavităților rezonante

Plecăm de la aceeași ecuație de la care am plecat și în secțiunea trecută și anume ecuația propagării câmpului electric printr-un ghid de undă uniform:

$$E(x, y, z) = E(x, y) \cdot e^{-j\beta_g z} \quad (47)$$

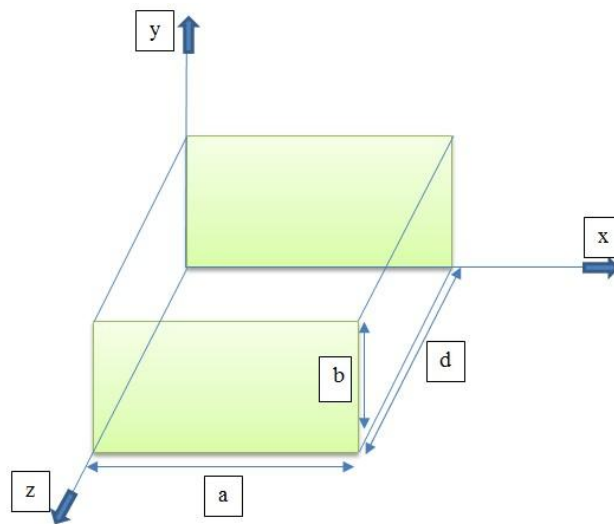


Fig. 4.11 – Ghid de undă dreptunghiular uniform de dimensiuni $a \times b$ mărginit de doi reflectori la coordonatele $z = 0$ și $z = d$

Fie un ghid de undă dreptunghiular metallic uniform (Fig. 4.11) de dimensiuni transversale a și b (unde $a \geq b$) dar mărginit la ambele capete pe axa de propagare z , la coordonatele $z = 0$ și $z = d$. Pentru că ghidul de undă nu este infinit pe axa z ca până acum, o să avem reflexie la ambele capete, rezultând apariția, alături de unda directă, și a unei unde inverse (48).

$$E(x, y, z) = E(x, y) \cdot (A^+ \cdot e^{-j\beta_g z} + A^- \cdot e^{+j\beta_g z}) \quad (48)$$

Rămâne valabil și sistemul de ecuații ale undei pentru câmpul electric și magnetic scrise precum (33):

$$\begin{aligned}(\nabla_T^2 + k_c^2) \vec{E} &= 0 \\ (\nabla_T^2 + k_c^2) \vec{H} &= 0\end{aligned}\quad (33)$$

unde numărul de undă critic k_c este definit ca:

$$k_c^2 = \omega^2 \epsilon \mu - \beta_g^2$$

Putem scrie, invers, constanta de fază în funcție de numărul de undă critic:

$$\beta_g^2 = \omega^2 \epsilon \mu - k_c^2 \quad (49)$$

Am văzut în secțiunea precedentă, prin ecuațiile (43) și (43'), că numărul de undă critic se calculează la fel atât pentru modurile TE, cât și pentru cele TM:

$$k_c^2 = \left(\frac{m \cdot \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \cdot \pi}{b}\right)^2$$

Putem așadar rescrie (49) înlocuind k_c cu valoarea calculată folosind indicii m și n ai modului:

$$\beta_g^2 = \omega^2 \epsilon \mu - \left(\frac{m \cdot \pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n \cdot \pi}{b}\right)^2 \quad (53)$$

Indicii m și n descriu modurile de propagare, care se păstrează în secțiune transversală, la fel ca la ghidurile de unda. Singura diferență va apărea pe axa z .

Vom face acum, pe scurt, descrierea matematică a cavității pentru modurile transversal electrice (TE), dar aceasta rămâne valabilă și pentru cele transversal magnetice (TM). Modurile TE sunt caracterizate de $E_z = 0$. Deoarece întreg câmpul electric se află așadar în planul xOy , el va fi în întregime tangențial la suprafețele conductoare aflate la capetele ghidului la coordonatele $z = 0$ și $z = d$. Punând condițiile la frontieră (2) obținem:

$$E(x, y, z = 0) = 0 \quad (54)$$

$$E(x, y, z = d) = 0 \quad (55)$$

Din (54) rezultă, explicitând forma câmpului electric din (48):

$$\begin{aligned}E(x, y, z = 0) &= E(x, y) \cdot (A^+ \cdot 1 + A^- \cdot 1) = 0 \\ \Rightarrow A^- &= -A^+\end{aligned}\quad (56)$$

Înlocuind acum rezultatul obținut din (56) înapoi în (48), obținem:

$$\begin{aligned}E(x, y, z) &= A^+ \cdot E(x, y) \cdot (e^{-j\beta_g z} - e^{+j\beta_g z}) \\ \Rightarrow E(x, y, z) &= A^+ \cdot E(x, y) \cdot (-2j) \cdot \sin(\beta_g z)\end{aligned}\quad (57)$$

Putem afla valorile constantei de fază β_g folosindu-ne de (55):

$$E(x, y, z = d) = A^+ \cdot E(x, y) \cdot (-2j) \cdot \sin(\beta_g d) = 0$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \beta_g d &= l \cdot \pi \\ \Rightarrow \beta_g &= \frac{l \cdot \pi}{d}\end{aligned}\quad (58)$$

Frecvențele de rezonanță se află punându-l în evidență pe ω din ecuația (53):

$$\omega^2 \varepsilon \mu = \beta_g^2 + k_c^2$$

$$(2\pi f)^2 \varepsilon \mu = \left(\frac{l \cdot \pi}{d}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \cdot \pi}{b}\right)^2 \quad (59)$$

$$2f = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \sqrt{\left(\frac{l}{d}\right)^2 + \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (60)$$

$$f_{(m,n,l)} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{d}\right)^2 + \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (61)$$

Indicii m, n, l desemnează modurile de rezonanță ale cavității, așa cum în secțiunea precedentă indicii m și n identificau modul de propagare prin ghidul de undă. Modul de rezonanță de indici (m, n, l) are aceeași distribuție a câmpului în plan transversal ca și modul de propagare (m, n) .

Observație: Pentru modurile T.E. trebuie ca cel puțin unul din indicii m sau n să fie mai mare decât zero, în timp ce indicele l trebuie să fie mereu strict mai mare decât zero. Pentru modurile T.M. toți cei trei indici l, m și n trebuie să fie strict mai mari decât zero.

4.4.2. Aplicație

Se dă un ghid de undă dreptunghiular de secțiune $a = 20\text{mm}$ și $b = 10\text{mm}$ umplut cu aer ($\varepsilon_r = 1$). În capatul acestui ghid se realizează o cavitate rezonatoare cu aceeași secțiune transversală ce va fi folosită pe post de sursă de radiație (Fig. 4.12). Cât trebuie să fie lungimea minimă a cavității ($d = ?$) pentru ca frecvența radiației emise să se afle exact la jumătatea benzii monomod a ghidului?

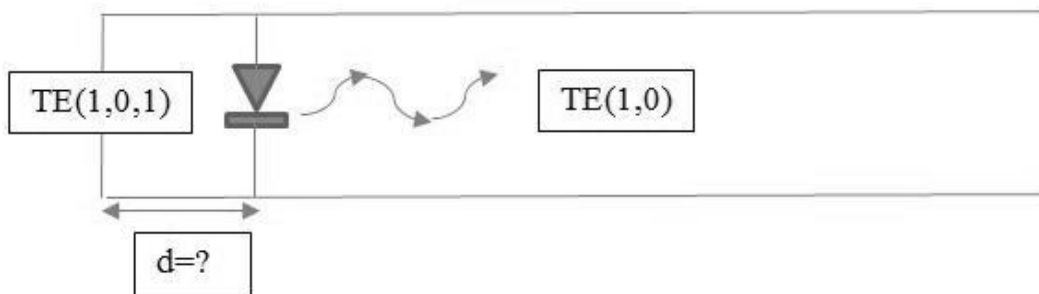


Fig. 4.12 – Ghid de undă terminat în capătul din stânga cu un oscilator format dintr-o diodă generatoare de microunde (Gunn, Impatt, Baritt, etc) și o cavitate rezonantă de lungime d

Din enunț se spune că frecvența de lucru f_0 este la jumătatea bandei monomod, adică la jumătatea distanței dintre frecvențele f_{c1} și f_{c2} (Fig. 4.13):

$$f_0 = \frac{f_{c1} + f_{c2}}{2}$$

Se calculează frecvențele critice pentru primul mod:

$$\begin{aligned} f_{c1} = f_{cTE(1,0)} &= \frac{c_0}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + 0} = \\ &= \frac{c_0}{2a} = \frac{30cm \cdot Ghz}{2 \cdot 2cm} = 7.5Ghz \end{aligned}$$

Al doilea și al treilea mod apar la aceeași frecvență:

$$f_{cTE(2,0)} = f_{cTE(0,1)} = \frac{c_0}{2b} = \frac{c_0}{a} = \frac{30cm \cdot Ghz}{2cm} = 15Ghz$$

$$f_0 = \frac{f_{c1} + f_{c2}}{2} = \frac{7.5 + 15}{2} = 11.25Ghz$$

Frecvența de lucru este dată de frecvența de rezonanță a cavității:

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{c_0}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} \\ f_{0(1,0,l)} &= \frac{c_0}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} = 11.25Ghz \end{aligned}$$

Dacă $l=1$:

$$f_{0(1,0,1)} = \frac{c_0}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{d}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{d^2} = \frac{4 \cdot f_0^2}{c_0^2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{d^2} = \frac{4 \cdot (11.25)^2 Ghz^2}{30^2 \cdot cm^2 \cdot Ghz^2} = \frac{0.5625}{cm^2} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{d^2} &= \frac{0.5625}{cm^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{0.5625}{cm^2} - \frac{0.251}{cm^2} = \frac{0.3125}{cm^2} \\ \Rightarrow d_{(1,0,1)} &= \frac{1cm}{\sqrt{0.3125}} \approx 1.79cm \end{aligned}$$

Dacă $l=2$:

$$f_{0(1,0,2)} = \frac{c_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{4}{d^2}} = 11.25Ghz \Rightarrow \frac{4}{d^2} = \frac{0.3125}{cm^2} \Rightarrow$$

$$d_{(1,0,2)} = \frac{2cm}{\sqrt{0.3125}} \approx 3.58cm$$

Pe măsură ce l devine mai mare, va crește și lungimea cavității d . Rezultă că lungimea minimă se obține pentru modul de rezonanță $(1,0,1)$ și lungimea $d \approx 1.79cm$.

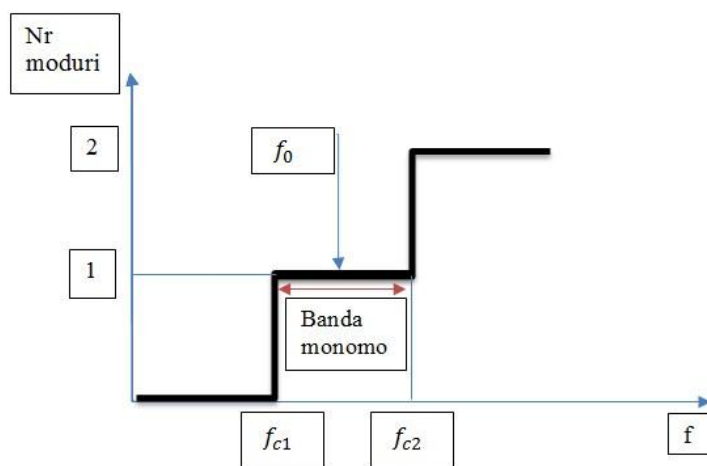


Fig. 4.13 – Diagrama apariției primelor două moduri în funcție de frecvență

APLICAȚIE NR. 5

RAPORTUL DE UNDĂ STAȚIONARĂ

1. OBIECTIVELE APLICAȚIEI

Această lucrare de laborator are ca obiectiv studiul practic al fenomenelor de reflexie în ghidurile de undă, precum și al efectului secundar asociat acestui fenomen, anume formarea de unde staționare. Prin măsurarea raportului de undă staționară din ghid, studentul va trebui să fie capabil să deducă coeficientul de reflexie al terminației ghidului.

2. INTRODUCERE TEORETICĂ

În laboratorul trecut am studiat un circuit de microunde bazat pe ghiduri de undă. La fiecare discontinuitate în structura ghidurilor vor apărea reflexii ale câmpului electromagnetic ce se propagă longitudinal prin acesta, analog cu reflexiile apărute la suprafața de separație dintre două medii diferite. Cum terminația ghidului reprezintă o astfel de discontinuitate, vom avea (aproape în toate cazurile) o undă inversă în ghid provenită de la reflexia undei directe la capătul ghidului. Singura excepție de la această regulă este cazul unei terminații așa-zise “adaptate”. Doar în acest caz putem spune că terminația (pe care o putem numi *sarcină*, în analogie cu circuitele electrice sau cu liniile de transmisie) preia în întregime unda directă incidentă.

Am văzut în laboratorul trecut cum câmpul electromagnetic se propagă prin ghiduri sub forma așa-ziselor moduri de propagare, fiecare dintre moduri având propria sa formă de distribuție a energiei electromagnetice în secțiunea transversală a ghidului. Tot data trecută am văzut cum modul care necesită cea mai mică frecvență pentru a se putea propaga pe ghidul rectangular este modul transversal electric $TE_{1,0}$ (în cazul în care considerăm primul indice ca aparținând dimensiunii mai mari a secțiunii ghidului).

Considerăm acum că frecvența câmpului electromagnetic produs la intrare în ghidul de undă este reglată în așa fel încât propagarea radiației prin ghid să se facă doar pe modul $TE_{1,0}$. Ecuația câmpului electric transversal măsurat în centrul ghidului, în funcție de coordonata longitudinală z , scrisă în formă fazorială, este:

$$E_T(z, t) = E_T^+(z)e^{j(\omega t)} + E_T^-(z)e^{j(\omega t)} = E_T^+(0)e^{j(\omega t - kz)} + E_T^-(0)e^{j(\omega t + kz)} \quad (1)$$

unde $E_T^+(0)$ și $E_T^-(0)$ sunt amplitudinile undei directe, respectiv inverse, în dreptul coordonatei $z=0$, aleasă în dreptul terminației (Fig.1). Unda inversă provine de la reflexia undei directe pe terminația ghidului de undă. Se definește așadar coeficientul de reflexie, care leagă matematic amplitudinea undei directe de amplitudinea undei inverse, în punctul în care are loc reflexia:

$$\Gamma_0 = \frac{E_T^-(0)}{E_T^+(0)} \quad (2)$$

Este evident că amplitudinea unei inverse este mai mică decât amplitudinea unei directe, de aceea coeficientul de reflexie Γ_0 este subunitar. Pentru că reflexia poate introduce nu doar o diferență de amplitudine, ci și o diferență de fază între unda incidentă și unda reflectată, coeficientul Γ_0 este un număr complex.

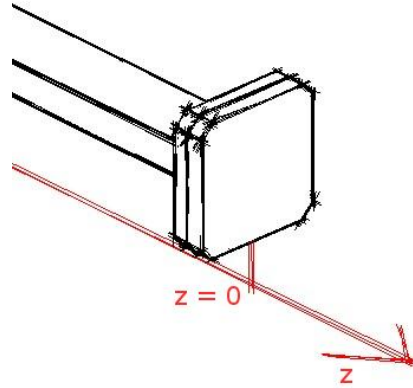


Fig.1. Originea axei longitudinale z a sistemului de coordonate se alege în dreptul terminației

Se poate extinde definiția coeficientului de reflexie pentru orice coordonată, nu doar pentru cea la care are loc reflexia efectivă a unei:

$$\Gamma_z = \frac{E_T^-(z)}{E_T^+(z)} = \frac{E_T^-(0)e^{j(\omega t + kz)}}{E_T^+(0)e^{j(\omega t - kz)}} = \Gamma_0 \cdot e^{j \cdot 2kz} \quad (3)$$

În felul acesta, putem rescrie pe (1) ca fiind:

$$E_T(z, t) = E_T^+(z)e^{j(\omega t)}(1 + \Gamma_z) = E_T^+(0)e^{j(\omega t - kz)}(1 + |\Gamma_0| \cdot e^{j(\Phi_0 + 2kz)}) \quad (4)$$

Metoda noastră de detecție nu permite să urmărim evoluția în timp a câmpului electromagnetic (dată de factorul $e^{j\omega t}$) dar putem urmări evoluția în spațiu, mutând sonda de detecție de-a lungul axei longitudinale z . Dacă ghidul este fără pierderi atunci amplitudinea $E_T^+(z)$ din ecuația (4) rămâne constantă în modul de-a lungul axei z . Și termenul $|\Gamma_0| \cdot e^{j(\Phi_0 + 2kz)}$ rămâne constant în modul de-a lungul axei z , însă faza lui va avea o variație de două ori mai rapidă decât a unei directe ($k' = 2 \cdot k$). Atunci când $\Phi_0 + 2 \cdot k \cdot z$ este multiplu impar de π , atunci unda directă se va afla în antifază cu unda inversă iar suma lor va avea amplitudine minimă, precum în prima din ecuațiile (5). Atunci când $2 \cdot k \cdot z$ este multiplu par de π , atunci unda directă se va afla în fază cu unda inversă și rezultanta lor va avea amplitudine maximă, precum în a doua ecuație (5).

$$E_T(z, t) = E_T^+(0)e^{j(\omega t - kz)}(1 - |\Gamma_0|), \text{ pentru } \Phi_0 + 2kz = (2n + 1)\pi \quad (5)$$

$$E_T(z, t) = E_T^+(0)e^{j(\omega t - kz)}(1 + |\Gamma_0|), \text{ pentru } \Phi_0 + 2kz = (2n + 0)\pi$$

Raportul de undă staționară (**SWR – Standing Wave Ratio**) se definește ca raportul dintre maximul și minimul amplitudinii unei rezultate din compunerea unei directe cu cea reflectată:

$$\sigma = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (6)$$

După cum am discutat deja la formula (4), variația cu distanța față de terminație este de două ori mai rapidă pentru unda staționară rezultantă decât pentru unda directă sau pentru

cea inversă. Aceasta înseamnă că lungimea de undă a radiației în ghid (λ_g) poate fi aflată prin înmulțirea cu 2 a lungimii de undă a undei staționare (λ'):

$$\lambda_g = 2 \cdot \lambda' \quad (7)$$

3. MONTAJ EXPERIMENTAL

Circuitul pe care-l vom folosi astăzi la realizarea măsurării raportului de undă staționară este cel din Fig. 2

Vom folosi o frecvență de lucru care să se încadreze între frecvența critică a primului mod $TE_{1,0}$ și frecvența critică a celui de-al doilea mod care se poate propaga prin ghid. În felul acesta vom avea de-a face cu o propagare monomod iar undele staționare care se vor forma vor fi datorate doar modului fundamental. În condițiile unui ghid de dimensiuni $a \approx 2,2\text{cm}$ și $b \approx 1\text{cm}$ vom avea emisie monomod între frecvențele $f_{c1} = 6,8\text{GHz}$ și $f_{c2} = 13,6\text{GHz}$. Pentru a asigura puritatea emisiei monomod, vom mări cât mai mult dimensiunile cavității rezonante a oscilatorului Gunn (prin lărgirea șurubului micrometric) până la frecvența indicată de 9GHz. Pentru realizarea regimului oscilator, generatorul Gunn trebuie alimentat la o tensiune continuă de 9V. Atenție: A nu se depăși tensiunea de 10V la bornele generatorului de microunde.

Atenuatorul variabil va fi fixat, ca în laboratorul trecut, la o atenuare de 10dB. Acesta are rolul de protecție a generatorului la reflexiile radiației electromagnetice de pe terminația circuitului.

Modulatorul PIN este componenta ce are rolul de a modula în amplitudine câmpul electromagnetic ce se propagă prin ghid cu un semnal de tip dreptunghiular de frecvență 10kHz. Pentru a realiza modulația câmpului, trebuie ca semnalul electric de la bornele diodei PIN să depășească valoarea de 1,5V vârf la vârf. Pentru acest experiment vom alege o valoare de 2V vârf la vârf.

După un ghid de undă simplu care nu are valoare funcțională în circuit, urmează fixarea unei linii de măsură cu sondă mobilă, care trebuie cuplată prin intermediul unui cablu coaxial la osciloscop. Baza de timp a osciloscopului va fi setată la valoarea de 0,5ms/div, iar scala verticală va fi setată încât afișajul să cuprindă întreaga amplitudine a semnalului recepționat.

Ultima componentă de pe axa de propagare a ghidului de undă este componenta al cărei coeficient de reflexie vrem să-l măsurăm. În Fig.2 apare ca și terminație o placă de scurt, însă putem măsura coeficientul de reflexie corespunzător oricărei alte componente din kitul AT3000 sau chiar al circuitului terminat în gol.

4. MĂSURAREA FACTORULUI DE UNDĂ STAȚIONARĂ

Pentru măsurarea factorului de undă staționară vom folosi montajul din Fig.2 Se va urmări amplitudinea undei staționare prin deplasarea sondei liniei de măsură (componenta nr. 5 din Fig.2). Se pleacă cu sonda din poziția cea mai apropiată de terminația circuitului și se deplasează sonda spre generator căutând primul maxim local. Se citește atât valoarea amplitudinii semnalului de pe osciloscop A_1 (în număr de diviziuni) cât și poziția (în mm) a acestui maxim z_1 , citită direct pe linia de măsură. Se notează valorile în tabelul 1.

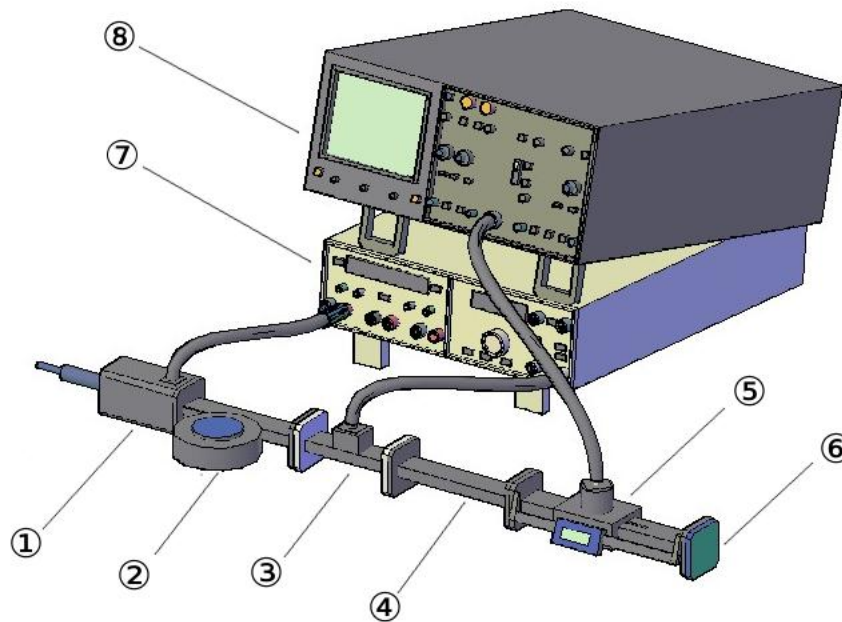


Fig.2 Circuitul folosit la măsurarea raportului de undă staționară:
 1 – Generator de microunde. 2 – Atenuator variabil. 3 – Modulator.
 4 – Ghid. 5 – Linie de măsură. 6 – Placă de scurt.
 7 – Sursă de tensiune/semnal. 8 – Osciloscop.

Se trece apoi la identificarea primului minim ce urmează poziției maximului măsurat anterior. Se notează coordonata z_2 , precum și amplitudinea semnalului de pe osciloscop A_2 în tabelul 1.

Urmează identificarea celui de-al doilea maxim și citirea poziției lui (z_3) precum și a amplitudinii unde staționare corespunzătoare (A_3).

Tabel 1

	primul maxim	primul minim	al doilea maxim	σ	$ \Gamma_0 $	λ_g
poziția [mm]	z_1	z_2	z_3	$\sqrt{\frac{A_1 + A_3}{2 \cdot A_2}}$	$\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1}$	$2 \cdot (z_3 - z_1)$
amplitudinea [mV]	A_1	A_2	A_3			

Nume:

Echipa:

1. Realizați montajul experimental din Fig. 2

2. Mășurați raportul de undă staționară pentru două terminații diferite de circuit folosind metoda expusă în secțiunea 4. Calculați modulul coeficientului de reflexie, precum și lungimea de undă a radiației din ghid. Rezultatele se vor trece în tabelele:

Terminația 1 :

	primul maxim	primul minim	al doilea maxim	σ	$ \Gamma_0 $	$\lambda_g(\text{mm})$
poziția [mm]						
amplitudinea [mV]						

Terminația 2 :

	primul maxim	primul minim	al doilea maxim	σ	$ \Gamma_0 $	$\lambda_g(\text{mm})$
poziția [mm]						
amplitudinea [mV]						

Terminațiile de circuit proprii fiecărei echipe:

A: placă de scurt, detector	B: placă reflectorizantă, caiet	C: Tuner (șurub strâns, șurub deschis)
D: gol (aer), antena Horn	E: oglindă, atenuator fix "20dB"	F: CD, adaptor coaxial

3. Răspundeți la întrebările:

a. Dacă reglăm atenuatorul variabil din Fig.1 la o atenuare de 20dB și presupunem că atenuatorul nu reflectă el însuși radiația spre generator, cât la sută din puterea emisă inițial de generator se poate întoarce (maxim) înapoi la el?

.....

b. Folosindu-vă de una din formulele secțiunii 2, deduceți formula lui $|\Gamma_0|$ din Tabelul 2.1.

.....

c. Comparați lungimea de undă obținută de voi cu cea obținută de celelalte echipe. Scrieți mai jos care echipe (credeți că) au greșit măsurătorile.

.....

d. De ce credeți că apare radicalul la formula SWR din Tabelul 1? De ce nu s-a luat direct raportul dintre amplitudinea maximului și amplitudinea minimului? Indiciu: citiți laboratorul nr. 1.

.....
e. Cât este coeficientul de reflexie $|\Gamma_0|$ și raportul de undă staționară σ pentru o sarcină adaptată (pentru care nu există undă reflectată)?
.....

APLICAȚIE NR. 6

MĂSURAREA LUNGIMII DE UNDĂ ȘI A FRECVENȚEI

1. OBIECTIVELE APLICAȚIEI

Obiectivul acestei lucrări este însușirea de către studenți a metodelor de măsurare a lungimii de undă și frecvenței. La sfârșitul acestui laborator studenții vor fi capabili să facă diferența dintre lungimea de undă a modului transversal electromagnetic (TEM) în vid, lungimea de undă a modului TEM într-un dielectric oarecare și lungimea de undă a unui mod de propagare (TE sau TM) într-un ghid de undă.

Un alt obiectiv al acestui laborator este însușirea de către studenți a principiului de funcționare a unei cavități rezonante, folosită atât pe partea de emisie, cât și la măsurători.

2. INTRODUCERE TEORETICĂ

Există în general trei moduri diferite de propagare a radiației electromagnetice: transversal electromagnetic (TEM), transversal electric (TE) și transversal magnetic (TM). O undă plană într-un mediu omogen și izotrop se propagă în modul transversal electromagnetic. În acest caz, lungimea de undă λ a radiației (distanța care separă două puncte consecutive aflate în fază) este egală cu

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{n \cdot f} \quad (1)$$

unde n este indicele de refracție al mediului respectiv, c este viteza de fază a radiației în dielectric, c_0 este viteza de fază a luminii în spațiul liber, λ_0 este lungimea de undă a radiației în spațiul liber și f este frecvența radiației. Indicele de refracție n este o mărime fizică supraunitară care poate fi legată matematic de permitivitatea relativă și permeabilitatea relativă a mediului de propagare:

$$n = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r} \quad (2)$$

Atunci când o undă trece dintr-un mediu în altul, nu-și modifică frecvența, în schimb își va modifica lungimea de undă în așa fel încât în ambele medii rămâne valabilă relația (1):

$$\lambda_0 = \lambda_1 \cdot n_1 = \lambda_2 \cdot n_2 \quad (3)$$

Mai complicat este atunci când o undă de aceeași frecvență f se propagă printr-un ghid de undă. Aceasta va avea atât o lungime de undă precum și o viteză de fază dependente de modul în care are loc propagarea. Atât pentru undele TE, cât și pentru modul de propagare TM, putem folosi următoarea formulă:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{n \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (4)$$

unde n este indicele de refracție al mediului dielectric care umple interiorul ghidului și f_c este frecvența critică de propagare pentru modul respectiv.

Deoarece frecvența f rămâne constantă și în acest caz, nesuferind modificări la trecerea din mediul liber în ghid, sau la trecerea din ghid în aer liber, rezultă că viteza de fază în ghid, calculată ca produs dintre lungimea undă și frecvență este:

$$v_\phi = \frac{c_0}{n \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (5)$$

Atunci când f_c tinde către zero, λ_g tinde către cazul binecunoscut al formulei (1). Formulele (4) și (5) sunt valabile pentru $f > f_c$, deoarece un mod nu se poate propaga pe ghidul de undă la frecvențe inferioare frecvenței sale critice. Se poate vedea în formula (5) cum v_ϕ poate depăși viteza luminii în spațiul liber, însă paradoxul este doar aparent, deoarece viteza de fază nu arată viteza de propagare a informației, care este dată de viteza de grup a radiației prin ghidul de undă. Din contră, viteza de grup, care arată viteza de propagare a unei schimbări într-o undă armonică perfectă, fiecare schimbare propagându-se ca un pachet de unde, este dată de:

$$v_g = \frac{c_0}{n} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (6)$$

Se poate vedea cum și viteza de grup din formula (6) tinde către aceeași valoare a vitezei radiației TEM în dielectricul de indicele de refracție n , atunci când f_c tinde către zero.

3. MONTAJ EXPERIMENTAL

Circuitul de microunde folosit în experimentul prezent este afișat în Fig. 1.

Vom utiliza în continuare un singur mod de propagare. Pentru aceasta, vom alimenta generatorul Gunn la o tensiune continuă de 9V. Prin rotirea șurubului micrometric al oscilatorului se modifică dimensiunile cavității rezonante în care este integrată dioda Gunn și vom schimba frecvența radiației generate. Atenție: A nu se depăși tensiunea de 10V la bornele diodei Gunn, pentru a nu risca arderea acesteia.

Atenuatorul variabil va fi fizat pe o atenuare de 10dB. Rolul său este de a proteja generatorul de radiația reflectată de celelalte componente ale circuitului.

Modulatorul PIN va modula în amplitudine câmpul electromagnetic ce se propagă prin ghid cu un semnal de tip dreptunghiular de frecvență 10kHz. Pentru a realiza modulația câmpului, vom alimenta bornele diodei PIN cu o tensiune de 2V vârf la vârf.

În continuare urmează o componentă pe care nu am mai întâlnit-o în laboratoarele precedente, anume frecvențmetrul. Funcționarea lui se bazează pe principiul cavităților rezonante. Cuplarea semnalului între ghid și cavitatea rezonantă de factor de calitate (Q) ridicat este realizată printr-o mică fantă între ghid și rezonator. Mărima efectivă a cavității și prin urmare și frecvența de rezonanță sunt reglate prin rotirea cadranelor frecvențmetrului. Atunci când cavitatea este acordată pe frecvența radiației din ghid va avea loc un transfer maxim de energie între ghid și cavitate, care poate fi detectat la recepție printr-o scădere a semnalului citit pe osciloscop.

Urmează o linie de măsură cu sondă mobilă, care trebuie cuplată prin intermediul unui cablu coaxial la osciloscop. Baza de timp a osciloscopului va fi setată la valoarea de

0,5ms/div, iar scala verticală va fi setată încât afișajul să cuprindă întreaga amplitudine a semnalului recepționat.

Ultima componentă de pe axa de propagare a ghidului de undă (componenta nr. 7 din Fig. 1) este un reflector analog unei plăci de scurt, care însă prezintă avantajul de a putea fi fixat la exteriorul ghidului de undă, în aer.

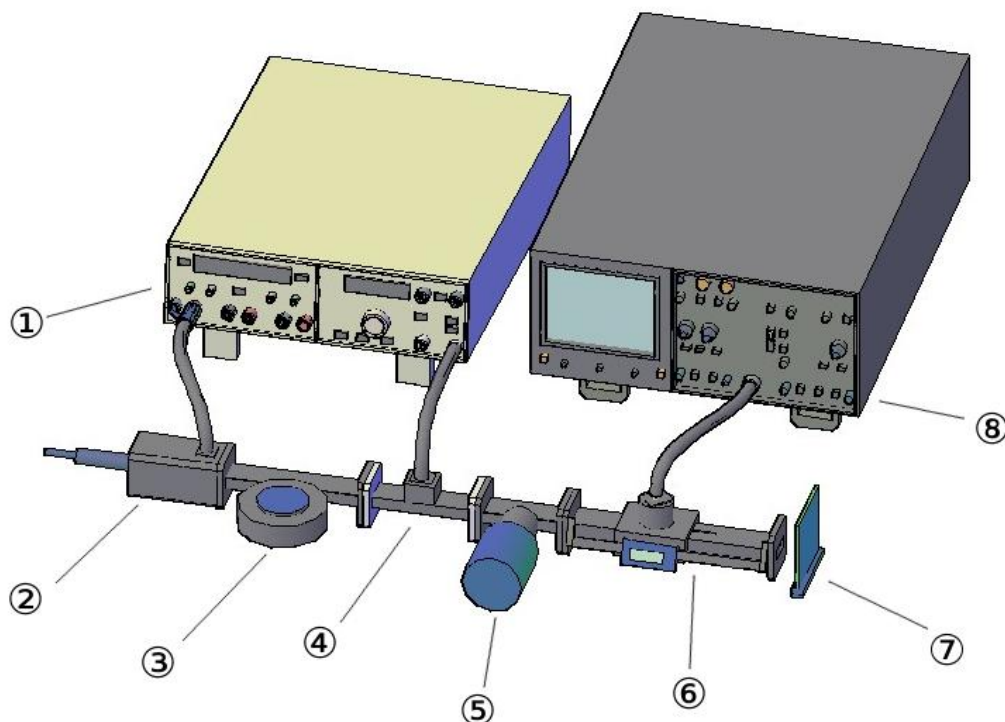


Fig. 1. Circuitul folosit la măsurarea lungimii de undă:

- 1 – Generator de tensiune. 2 – Oscilator Gunn. 3 – Atenuator variabil. 4 – Modulator.
5 – Frecvențmetru. 6 – Linie de măsură. 7 – Placă reflectoare. 8 – Osciloscop.

4. MĂSURAREA FRECVENȚEI

În acest laborator vom măsura atât frecvența, cât și lungimea de undă a radiației care se propagă prin ghidul de undă din Fig. 1, folosindu-ne de două metode diferite:

A. Această metodă se bazează pe proprietatea cavităților rezonante de a oscila sau de a permite oscilațiile pe frecvența lor de rezonanță. În cazul generatorului Gunn, cavitatea rezonantă permite doar oscilațiilor care pot interfera constructiv să persiste în cavitate. Această proprietate forțează dioda Gunn să oscileze pe frecvența dorită, prin modificarea lungimii cavității în care dioda este plasată. Se citește frecvența de emisie a diodei Gunn și se trece în tabelul 1.

În cazul frecvențmetrului, acesta permite doar oscilațiilor rezonante să părăsească traiectoria lor normală prin ghid și să pătrundă în cavitate, observându-se o scădere a amplitudinii înregistrate pe osciloscop.

Pentru măsurarea frecvenței se va roti de cadranul frecvențmetrului până când se observă o scădere a semnalului afișat pe osciloscop. Se va trece valoarea frecvenței citită de pe cadranul frecvențmetrului în tabelul 1.

B. A doua metodă de măsurare a frecvenței are foarte multe în comun cu modul în care am măsurat data trecută raportul de undă staționară SWR și lungimea de undă în ghid. Singura diferență este că de data aceasta nu vom mai măsura lungimea de undă în interiorul ghidului de undă, ci la exterior. De aceea vom folosi o placă reflectoare (Fig. 1) care nu va fi atașată ghidului de undă, ci se va putea depărta sau apropia liber de acesta. Vom depărta placa reflectoare plecând din poziția cea mai apropiată de ghid până găsim primul minim local (identificat ca un minim al semnalului pe osciloscop). Se măsoară și se notează în tabelul 1 distanța z_1 dintre poziția reflectorului și capătul liber al ghidului. Se procedează la fel și pentru aflarea poziției z_2 a următorului minim local. Se calculează lungimea de undă în aer folosindu-se formula indicată în tabelul 1.

Pentru completarea penultimei coloane din tabelul 1 se folosește ecuația (4) știindu-se frecvența critică a modului fundamental $TE_{1,0}$ egală cu $f_c = 6,8\text{GHz}$.

Tabel 1

Gunn		Metoda A		Metoda B				
f_{osc}	λ_{osc}	f	λ_0	z_1	z_2	λ_0	$\lambda_{g,\text{calc}}$	$\lambda_{g,\text{măs}}$
8-12GHz			$\frac{c_0}{f}$			$2 \cdot (z_2 - z_1)$	ec. (4)	-
9GHz			$\frac{c_0}{f}$			$2 \cdot (z_2 - z_1)$	ec. (4)	Lab. nr. 2

Nume:

.....

.....

Echipa:

1. Realizați montajul experimental din Fig. 1.

2. Mășurați frecvența și lungimea de undă în vid pentru două poziții diferite ale cadranelor oscilatorului Gunn folosind cele două metode expuse în secțiunea 4. Comparați rezultatul prezent cu valoarea pe care ați obținut-o data trecută pentru lungimea de undă a radiației din ghid. Rezultatele se vor trece în tabelul:

Gunn		Metoda A		Metoda B				
f_{osc} (GHz)	λ_{osc} (mm)	f(GHz)	λ_0 (mm)	z_1 (mm)	z_2 (mm)	λ_0 (mm)	$\lambda_{g,calc}$ (mm)	$\lambda_{g,măs}$ (mm)
								-
9								

Pozițiile șurubului micrometric ale oscilatorului Gunn:

A: 8,5GHz	B: 10,0GHz	C: 11,0GHz
D: 9,5GHz	E: 10,5GHz	F: 11,5GHz

* toate echipele vor face o serie de măsurători și pentru poziția șurubului micrometric al generatorului corespunzătoare frecvenței de 9GHz (a doua linie din tabel este comună)

3. Răspundeți la întrebările:

a. Ce rezultat ați fi obținut pentru λ_0 măsurat prin metoda A dacă ghidul de undă ar fi avut sticlă în interior în loc de aer (dar cavitatea rezonantă a frecvențmetrului ar fi continuat să aibă aer în interiorul ei)?

.....

b. Ce rezultat ați fi obținut pentru λ_0 măsurat prin metoda B dacă ghidul de undă ar fi avut sticlă în interior în loc de aer?

.....

c. Ce rezultat ați fi obținut pentru $\lambda_{g,calc}$ dacă ghidul de undă ar fi avut sticlă în interior în loc de aer?

.....

d. Cum se modifica frecvența critică a modului fundamental dacă ghidul ar fi fost umplut cu sticlă în loc de aer? Indicație: revedeți laboratorul nr. 1.

.....

APLICAȚIE NR. 7

MODURI DE PROPAGARE

1. OBIECTIVELE APLICAȚIEI

Această lucrare practică are ca obiectiv principal studiul distribuției componentei electrice a câmpului electromagnetic în ghidurile de undă. În urma parcurgerii acestei lucrări, studenții vor ști să realizeze profilul distribuției intensității câmpului electric în orice ghid de undă. Vor fi de asemenea capabili să identifice zonele dintr-o secțiune transversală a unui ghid de undă în care se concentrează cea mai mare densitate de energie. În aceste zone trebuie plasați detectorii de radiație.

Tot în această lucrare de laborator studenții vor deprinde calculul benzii de frecvență pentru care propagarea prin ghid are loc printr-un singur mod de propagare. Vor fi de asemenea capabili să calculeze prin câte moduri se propagă radiația prin ghid la o frecvență oarecare a undelor electromagnetice purtătoare.

2. TEORIA LUCRĂRII

Înainte de a măsura efectiv distribuția radiației în secțiunea transversală a ghidului de undă, studentul va trebui să folosească unelte analitice pentru a-și face o idee inițială despre rezultatele experimentale posibile. Rezolvarea analitică a distribuției câmpului electric în secțiune transversală poate fi făcută cel mai simplu dacă ne folosim de calculator pentru redarea grafică a soluției finale a ecuației undei în ghiduri metalice de undă. Pentru aceste ghiduri, pentru rezolvarea ecuației undei se folosesc condițiile de frontieră aplicate suprafețelor metalice.

Pentru că, spre deosebire de fibrele optice, ghidurile metalice de undă dreptunghiulare nu se bucură de aplicații simple care să rezolve problema modurilor de propagare și a distribuției câmpului în funcție de mod, autorul acestei cărți a creat o serie de aplicații on-line pe care studenții și cititorii interesați le pot accesa gratuit. Aceste aplicații permit vizualizarea atât a diagramei apariției primelor nouă moduri în funcție de frecvență, precum și a distribuției câmpului electric pentru fiecare mod în parte.

Prima dintre aceste aplicații se găsește la adresa web:

<http://upit.eu5.org/modesdiagram.php>

În Fig. 1 se poate vedea o captură din timpul folosirii acestei aplicații. La datele de intrare cerute de aplicație, utilizatorul trebuie să treacă lungimea a și lățimea b a secțiunii transversale a ghidului, precum și permitivitatea dielectrică relativă ϵ_r a materialului care umple cavitatea. După scrierea acestor date de intrare și apăsarea butonului “View”, aplicația va afișa numărul de moduri care circulă prin ghid în funcție de frecvența de lucru. În Fig. 2 se poate vedea diagrama modurilor afișată de aplicație pentru un ghid de undă cu dimensiuni similare cu cele ale unui ghid din kitul AT3000, apropiate de cele ale standardului WR-90. Se poate vedea din această diagramă a modurilor că pentru orice frecvență din banda X de frecvențe (8-12GHz) un singur mod se poate propaga prin ghidul

de undă simulat, anume modul transversal electric $TE_{(1,0)}$. Diagrama a fost realizată automat pe parte de server prin calcularea frecvenței critice (1) pentru un număr mare de moduri, urmată de ordonarea lor și de reținerea primelor nouă moduri.

$$f_c(m, n) = \frac{1}{2\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (1)$$

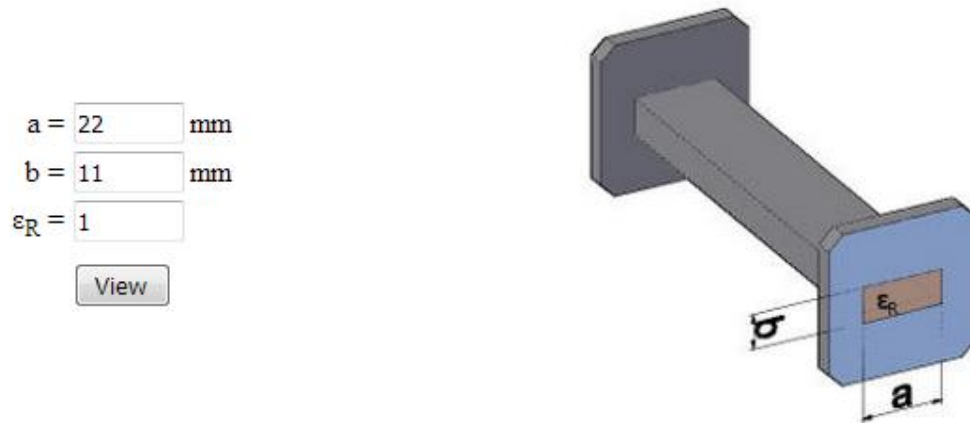


Fig. 1. Setarea parametrilor geometrici și de material ai ghidului

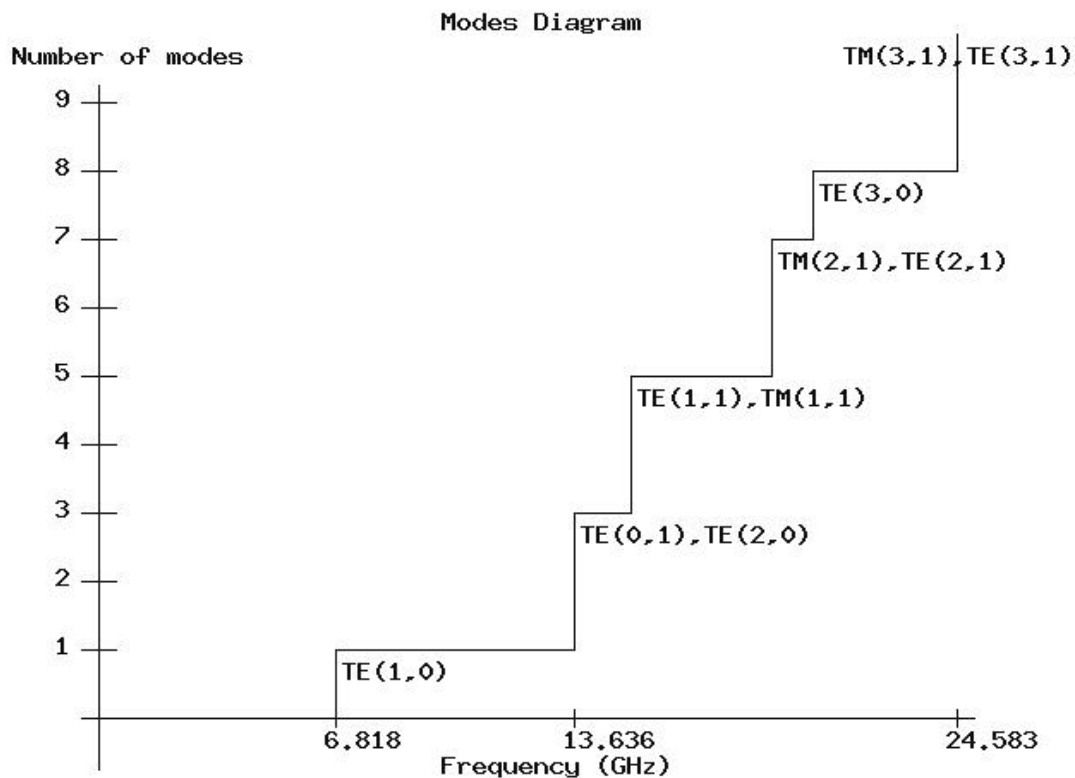


Fig. 2. Variația numărului de moduri în funcție de frecvență într-un ghid de undă dreptunghiular cu geometria fixată de utilizator

Deoarece oscilatorul Gunn din kitul AT3000 folosit ca sursă de microunde oscilează doar în banda X de frecvențe și nu depășește 12GHz, se poate observa din Fig. 2 că singurul mod care se poate propaga prin ghid este TE_(1,0). Amplitudinea și direcția de propagare a acestui mod pot fi vizualizate folosind o altă aplicație online:

<http://upit.eu5.org/modespolar.php>

Așadar, amplitudinea și direcția de propagare a câmpului electric pentru modul TE_(1,0) în ghidul din Fig. 1 sunt afișate în Fig. 3a. În această figură se poate observa polarizarea verticală a undei. Maximul amplitudinii câmpului electric este obținută în centrul ghidului. Din punct de vedere teoretic, ecuațiile folosite pentru toate modurile (m,n) prezentate în Fig. 3 sunt (2) și (3).

$$E_x(x, y) = E_{0x} \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2)$$

$$E_y(x, y) = E_{0y} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3)$$

Pentru că pentru cazul modului TE_(1,0) indicii m și n sunt egali cu 1, respectiv 0, ecuațiile (2) și (3) pot fi în continuare simplificate pentru cazul particular al acestui mod :

$$E_x(x, y) = 0 \quad (4)$$

$$E_y(x, y) = E_{0y} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (5)$$

Se observă din (4) și (5) că într-adevăr câmpul electric are doar o componentă verticală, în acord cu Fig. 3a. Este necesar însă ca frecvența de lucru să nu depășească frecvența de apariție a modului al doilea pentru ca distribuția măsurată experimental să coincidă cu cea dată de ecuațiile (4) și (5). O parte din modurile superioare au amplitudinea și direcția de oscilație date de Fig. 3b, 3c și 3d. Apariția acestor moduri ar influența rezultatele obținute din măsurători și ar duce la o abatere semnificativă între acestea și ecuațiile de mai sus.

Poate și mai grăitoare decât Fig. 3 sunt Fig. 4a, 4b, 4c și 4d, în care s-a neglijat informația legată de direcția de polarizare în favoarea informațiilor legate de amplitudine, pentru aceleași 4 moduri prezentate anterior în Fig. 3. Zonele cele mai luminate reprezintă punctele de amplitudine maximă ale câmpului electric, în timp ce zonele întunecate au amplitudinea minimă. Pentru fiecare mod în parte luminozitatea a fost normată pentru ca punctele de amplitudine maximă să corespundă cu valoarea maximă a luminozității pixelilor corespunzători. De aceea, nu se poate face, pe baza acestor imagini, o comparație între amplitudinile absolute ale câmpului electric între diferite moduri. Fiecare mod trebuie analizat separat, deoarece ce este reprezentat în Fig. 3 și 4 sunt amplitudinile relative. Pentru accesarea aplicației care a generat Fig. 4 puteți folosi următoarea adresă web:

<http://upit.eu5.org/modesdistrib.php>

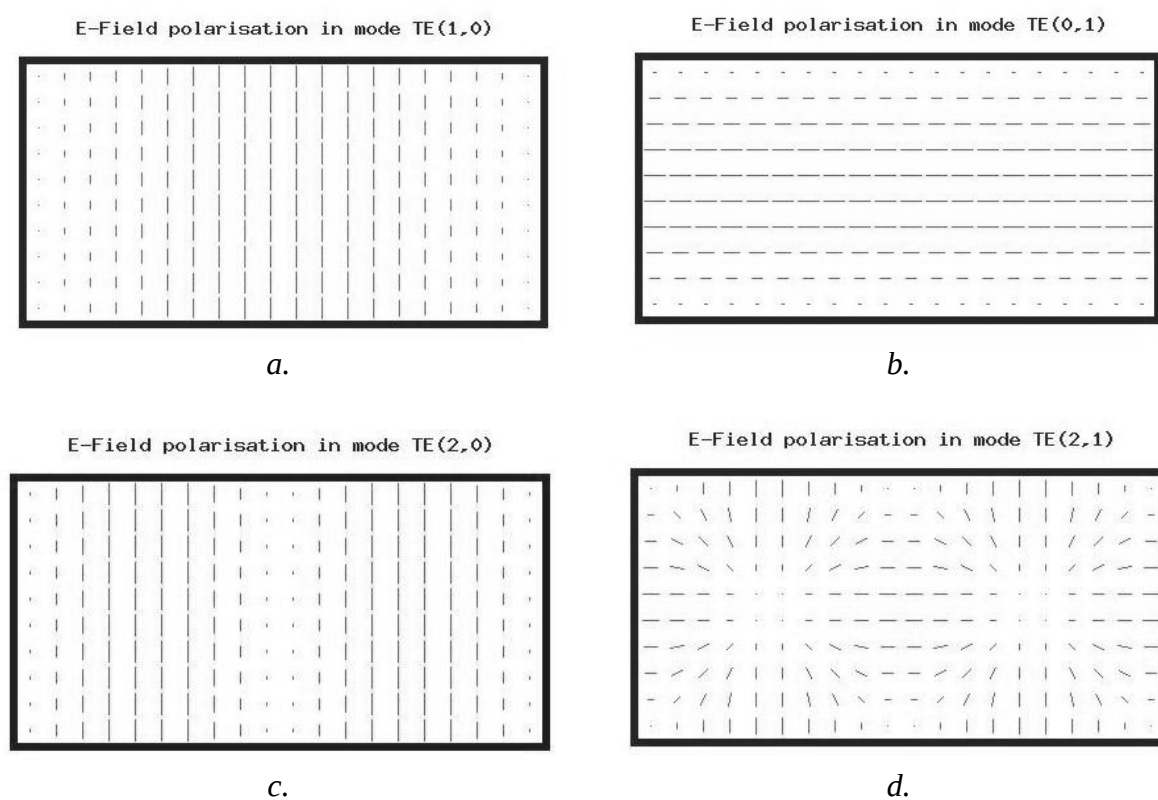


Fig. 3. Direcția de oscilație și amplitudinea normalizată a câmpului electric pentru:
a. modul TE(1,0), b. modul TE(0,1), c. modul TE(2,0), d. modul TE(2,1)

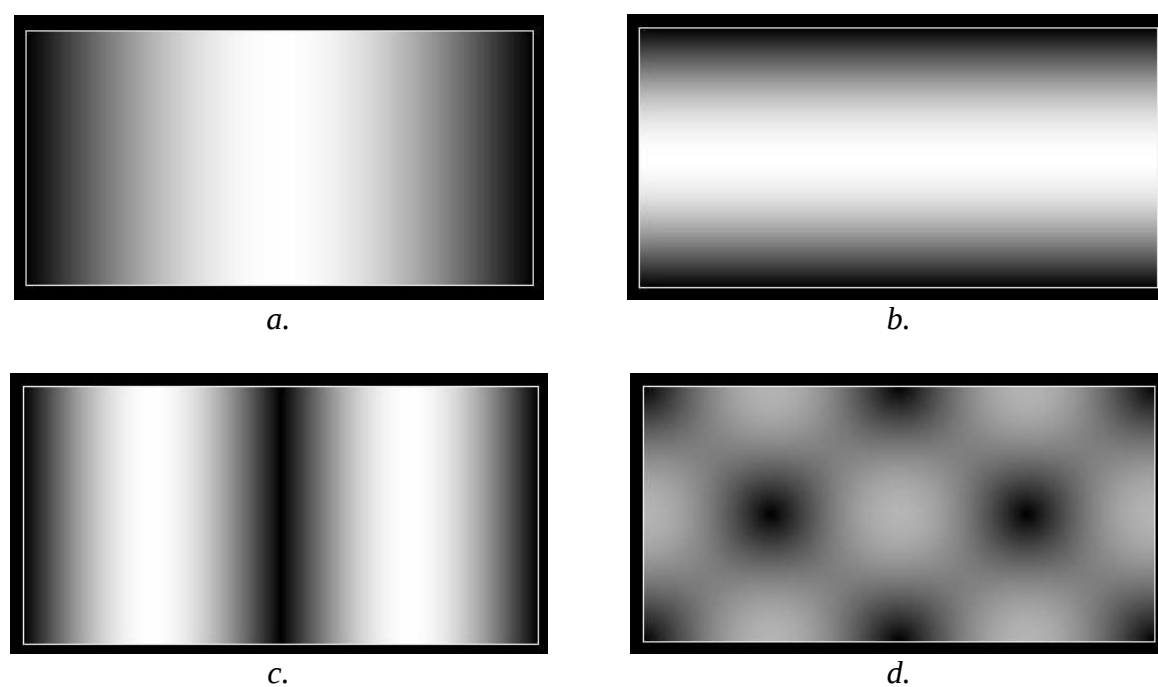


Fig. 4. Amplitudinea câmpului electric pentru:
a. modul TE(1,0), b. modul TE(0,1), c. modul TE(2,0), d. modul TE(2,1)

3. REALIZAREA MANUALĂ A DIAGramei MODURILOR

Pentru a calcula banda de frecvențe a ghidului de undă, trebuie să măsurăm dimensiunile geometrice ale ghidului. Aceasta se face ca în Fig. 5, fie direct asupra unui segment de ghid, fie prin măsurarea canalului oricărei alte componente din kitul de microunde, deoarece toate componentele au aceleași dimensiuni transversale. Precum în Fig. 5, vom nota lungimea ghidului cu a , iar lățimea cu b .

Radiația se propagă prin ghid sub diferite forme, numite *moduri de propagare*. Fiecărui mod îi este proprie o anumită formă de distribuție a intensității radiației în secțiune transversală. În funcție de care componentă a câmpului (electrică sau magnetică) este cuprinsă în totalitate în planul transversal (planul perpendicular pe direcția de propagare), putem avea moduri de propagare TE (transversal electric) sau TM (transversal magnetic). Fiecare mod este caracterizat, pe lângă tipul componentei transversale, și printr-un set de doi aparținând numerelor naturale, notați m și n . Putem avea așadar moduri $TE_{(m,n)} = TE_{(1,0)}$, $TE_{(0,1)}$, $TE_{(1,1)}$, $TE_{(2,0)}$, etc. precum și moduri $TM_{(m,n)} = TM_{(1,1)}$, $TM_{(1,2)}$, etc. De observat că modurile TE nu pot avea ambii indici egali cu zero simultan, iar modurile TM nu pot avea niciun indice egal cu zero.

Fiecare mod de propagare este caracterizat de o frecvență minimă la care acesta se poate propaga prin ghid:

$$f_{c,(m,n)} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (6)$$

unde c este viteza de fază a unei unde plane în mediul dielectric care umple ghidul (în cazul nostru viteza luminii în aer).

De exemplu, pentru un ghid de lungime $a=4\text{cm}$ și lățime $b=3\text{cm}$, modurile care se pot propaga pe ghid sunt:

Tabel 1. Frecvențele critice pentru modurile de propagare printr-un ghid dreptunghiular de dimensiuni $4\text{cm} \times 3\text{cm}$

mod	$TE_{(1,0)}$	$TE_{(0,1)}$	$TE, TM_{(1,1)}$	$TE_{(2,0)}$	$TE_{(0,2)}$	$TE, TM_{(2,1)}$	$TE, TM_{(2,2)}$	...
$f_c[\text{GHz}]$	3,75	5	6,25	7,5	10	11,45	12,5	...

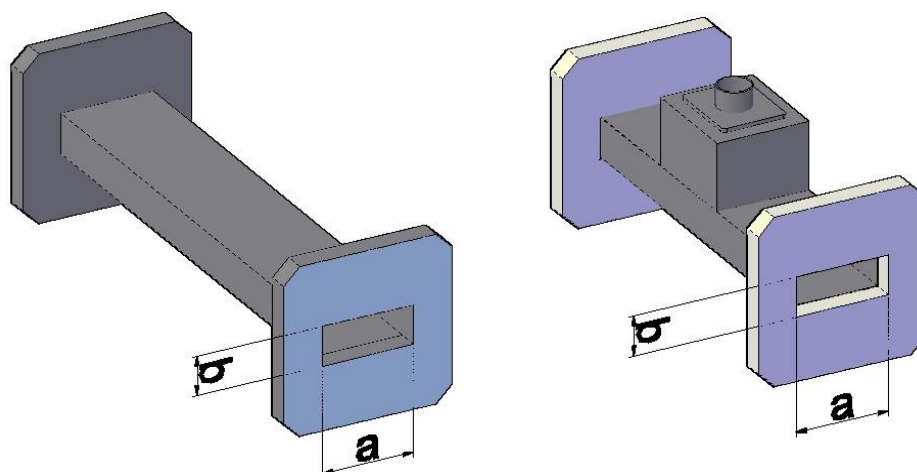


Fig. 5. Măsurarea dimensiunilor ghidului de undă se poate face atât direct asupra unui segment din ghid (partea stângă) cât și asupra unei alte componente din circuitul de microunde

4. MĂSURAREA DISTRIBUȚIEI CÂMPULUI ÎN SECȚIUNE TRANSVERSALĂ

Pentru vizualizarea distribuției energiei electromagnetice în secțiune transversală se va realiza măsurarea amplitudinii câmpului în funcție de coordonata din ghid. Dacă considerăm axa de propagare drept axa z , atunci măsurarea amplitudinii se va face după axele transversale x și y (Fig. 6). Montajul experimental, prezentat în Fig. 6, cuprinde un circuit de microunde format dintr-un oscilator Gunn alimentat de o tensiune continuă de 9V, un atenuator variabil, un ghid de undă uniform și detectorul mobil pe bază de Arduino întâlnit deja în Aplicația 2 din această carte. Detectorul mobil va funcționa în primul mod de funcționare și va avea dioda de detecție orientată după direcție verticală ($\phi = 90^\circ$) la mai puțin de 1cm de ieșirea ghidului. Știm deja din partea teoretică că pe axa verticală nu va exista variație a amplitudinii câmpului electric de-a lungul secțiunii ghidului, iar pe axa orizontală ne așteptăm la o variație sinusoidală în funcție de coordonata x . Pentru primul set de măsurători vom centra dioda pe mijlocul ghidului din punctul de vedere al coordonatei verticale y ($y=6mm$). Vom considera originea axei x de coordonate în marginea din stânga a ghidului și vom deplasa senzorul spre partea dreaptă a acestuia din 2 în 2 milimetri. Măsurătorile de distanță pot fi făcute pe o hârtie milimetrică. Valorile instantanee ale tensiunii detectate pe dioda Schottky a detectorului vor fi trecute în tabelul de mai jos:

Tabel 2. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de coordonata x

$x(mm)$	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$U_{diodă}(mV)$														

Se repetă pașii de mai sus și pentru coordonata y , plasând detectorul la mijlocul ghidului din punct de vedere al coordonatei x ($x=11mm$). Se pleacă din partea de jos a ghidului și se crește înălțimea detectorului din 2 în 2 milimetri, conform tabelului de mai jos, adăugând coli de hârtie sub detectorul mobil și știind că un top de 500 de coli are o grosime de 50mm.

Tabel 3. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de coordonata y

$y(mm)$	-2	0	2	4	6	8	10	12	14
$U_{diodă}(mV)$									

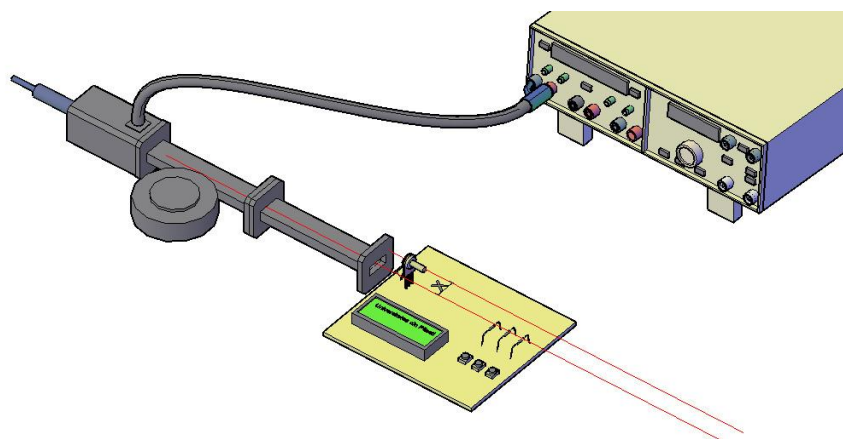


Fig. 6. Montaj experimental pentru măsurarea distribuției câmpului electric în secțiunea transversală a unui ghid de undă din kitul AT3000

Aceleași măsurători ca cele de mai sus pot fi repetate și pentru orice țeavă industrială pe care dorim să o testăm, cu dimensiuni comparabile cu cele ale ghidului de undă (Fig. 7).

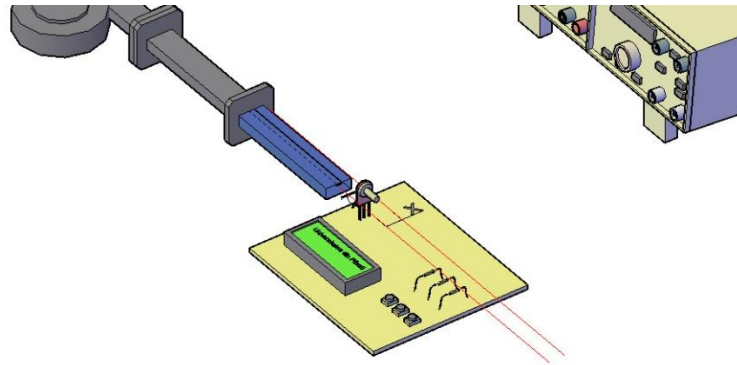


Fig. 7. Montaj experimental pentru măsurarea distribuției câmpului electric în secțiune transversală pentru o țeavă industrială cu secțiune apropiată de cea a ghidului

Nume:

Echipa:

1. După împărțirea studenților în echipe de lucru, fiecărei echipe i se va alocă câte un ghid de undă. Pentru ghidul alocat, se va completa următorul tabel, în care pe a doua linie se vor trece valorile calculate cu formula (6) pentru frecvențele critice ale modurilor afișate pe prima linie, iar pe a treia linie valorile aflate cu ajutorul aplicației on-line de calcul a diagramei modurilor.

Dimensiunile secțiunii transversale a ghidului desemnat echipei dumneavoastră sunt:

$a = \dots\dots\dots \text{ mm}$, $b = \dots\dots\dots \text{ mm}$.

Tabel 4. Frecvențele critice pentru modurile de propagare prin ghidul de undă măsurat

mod	$TE_{(1,0)}$	$TE_{(0,1)}$	$TE, TM_{(1,1)}$	$TE_{(2,0)}$	$TE_{(0,2)}$	$TE, TM_{(2,1)}$	$TE, TM_{(2,2)}$
$f_c[\text{GHz}]$ calculat							
$f_c[\text{GHz}]$ aplicație							

2. Realizați montajul din Fig. 6. Mășurați experimental variația tensiunii detectate în funcție de coordonata x și treceți rezultatele în tabelul de mai jos.

Tabel 5. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de coordonata x

$x(\text{mm})$	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$U_{\text{diodă}}(\text{mV})$														

3. Păstrând montajul din Fig. 6 mășurați experimental variația tensiunii detectate în funcție de coordonata y și treceți rezultatele în tabelul de mai jos.

Tabel 6. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de coordonata y

$y(\text{mm})$	-2	0	2	4	6	8	10	12	14
$U_{\text{diodă}}(\text{mV})$									

4. Realizați montajul din Fig. 7, folosind ca ghid de test o țeavă metalică industrială cu laturile secțiunii transversale de $a = \dots\dots \text{ mm}$ și $b = \dots\dots \text{ mm}$.

5. Caracterizați distribuția câmpului electric în interiorul ghidului pentru montajul de la punctul anterior, prin măsurarea tensiunii detectate în funcție de coordonata x . Treceți rezultatele măsurărilor în tabelul de mai jos.

Tabel 6. Măsurarea tensiunii detectate în funcție de coordonata x pentru țeava testată

$x(\text{mm})$	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$U_{\text{diodă}}(\text{mV})$													

6. Reprezentați grafic măsurătorile din toate cele trei tabele de mai sus (tabelele 5, 6 și 7).

7. Realizați o comparație între rezultatele experimentale și curbele teoretice date de formulele (4) și (5).

8. Ce frecvență minimă trebuie să aibă radiația electromagnetică pentru a se putea propaga pe ghidul de la punctul 1?

.....

9. Între ce frecvențe avem propagare monomodală pe ghidul de undă alocat echipei dumneavoastră la punctul 1?

.....

10. Începând cu ce frecvență putem vorbi cu propagare multi-mod pe ghidul de undă de la punctul 1?

.....

CAPITOLUL 5

EXERCIȚII

În acest capitol sunt prezentate câteva modele de grile pe care studenții le pot folosi pentru a își autoevalua competențele cognitive acumulate în timpul studiului acestui curs. Exercițiile au un nivel de complexitate și dificultate scăzut și testează doar cunoștințele de bază. În prima parte a acestui capitol sunt prezentate câteva exerciții ce pot fi rezolvate grafic folosind diagrama Smith. Acest tip de exerciții poate fi folosit de profesori pentru testarea pe parcursul semestrului.

În a doua parte a capitolului sunt prezentate câteva modele de grile ce pot fi rezolvate doar analitic și care implică folosirea unui calculator științific și a formulelor din Anexa A acestei cărți.

Răspunsurile la toate testele din acest capitol pot fi găsite în Anexa B.

5.1. Exerciții cu diagrama Smith

5.1.1. Testul 1

P1. Se consideră o linie de transmisie fără pierderi de lungime $L=3.8\text{cm}$ și impedanță caracteristică $Z_c = 50\Omega$, terminată pe o sarcină oarecare de impedanță $Z_s = (85 + 10j)\Omega$. Se cunoaște permitivitatea dielectrică relativă a izolatorului dintre cei doi conductori metalici ai liniei ca fiind $\epsilon_r = 3.6$. Pe linia de transmisie se propagă un semnal la frecvența de 4GHz. (8 pcte)

1. Lungimea de undă a radiației care se propagă pe linie:

- a. 4.74cm b. 0.4cm c. 7.5cm d. 3.95cm e. 5.93cm f. 0.75cm

2. Valoarea impedanței normate, măsurată în dreptul sarcinii:

- a. $(1.7+0.2j)\Omega$ b. $10j \Omega$ c. $85+10j$ d. 85Ω e. $1.7+0.2j$ f. $(85+10j)\Omega$

3. Modulul unghiului de rotație în jurul centrului diagramei Smith, datorită liniei de transmisie

- a. 277° b. 554° c. 346° d. 35° e. 485° f. 693°

4. Valoarea impedanței măsurată la intrarea circuitului la frecvența de lucru:

- a. $(71+26j)\Omega$ b. $(107+21j)\Omega$ c. $(57-52j)\Omega$ d. $(71-5j)\Omega$ e. $(128+49j)\Omega$ f. $(85+39j)\Omega$

5.1.2. Testul 2

P1. Se consideră o linie de transmisie fără pierderi de lungime $L=1.1\text{cm}$ și impedanță caracteristică $Z_c = 70\Omega$, terminată pe o sarcină oarecare de impedanță $Z_s = (105 + 105j)\Omega$. Se cunoaște permitivitatea dielectrică relativă a izolatorului dintre cei doi conductori metalici ai liniei ca fiind $\epsilon_r = 5.6$. Pe linia de transmisie se propagă un semnal la frecvența de 3.7GHz . (8 pte)

1. Lungimea de undă a radiației care se propagă pe linie:

- a. 2.43cm b. 8.11cm c. 5.48cm d. 2.06cm e. 3.43cm f. 5.68cm

2. Valoarea impedanței normate, măsurată în dreptul sarcinii:

- a. $(105+105j)\Omega$ b. $(1.5+1.5j)\Omega$ c. $105j\Omega$ d. $1.5+1.5j$ e. 105Ω f. $105+105j$

3. Modulul unghiului de rotație în jurul centrului diagramei Smith, datorita liniei de transmisie

- a. 23° b. 231° c. 58° d. 46° e. 323° f. 115°

4. Valoarea impedanței măsurată la intrarea circuitului la frecvența de lucru:

- a. $(21+6j)\Omega$ b. $(25-10j)\Omega$ c. $(13+7j)\Omega$ d. $(21+3j)\Omega$ e. $(32+2j)\Omega$ f. $(34-11j)\Omega$

5. Amplitudinea coeficientului de reflexie $[U^-/U^+]$ în dreptul sarcinii:

- a. 0.67 b. 0.19 c. 0 d. 0.89 e. 0.54 f. 0.25

6. Amplitudinea coeficientului de reflexie la intrarea circuitului:

- a. 0.67 b. 0.19 c. 0 d. 0.25 e. 0.54 f. 0.89

7. Valoarea raportului de undă staționară:

- a. 3.35 b. 1.67 c. 5.06 d. 17.18 e. 1 f. 1.47

8. Lungimea minimă a liniei pentru care circuitul va fi văzut drept o rezistență pură la intrare:

- a. 2.13cm b. 0.19cm c. 1.92cm d. 0.86cm e. 2.81cm f. 2.5cm

P2. Se folosește o linie microstrip terminată în scurt sau gol, de lungime minimă și de impedanță caracteristică $Z_c = 280\Omega$ pe post de condensator ideal de capacitate egală cu 2.9pF la frecvența de

lucru de 2.5GHz. Se considera $\epsilon_r = 3.6$. (2 pte)

9. Ce lungime are linia?

- a. 0.75cm b. 1.95cm c. 2.1cm d. ∞ e. 1.5cm f. 0

10. Pe ce sarcină este terminată linia?

- a. $(168+168j) \Omega$ b. 168Ω c. $(168-56j) \Omega$ d. ∞ e. $(168+56j) \Omega$ f. 0

Răspunsurile dumneavoastră:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5.2. Probleme recapitulative

5.2.1. Testul 3

F1. O undă plană care se propagă printr-un mediu fără pierderi are câmpul electric de forma $E_x = E_0 \cdot \cos(\omega t - \beta z)$ de frecvență 1.3GHz și lungime de undă de 8.915cm. (1,5 pte)

1. Cat este permitivitatea relativă ϵ_r a mediului?

- a. 1.6 b. 1.9 c. 7.5 d. 3.8 e. 4.2 f. 6.7

2. Cu cat este egală impedanța de undă?

- a. 137.66Ω b. 183.96Ω c. 298.04Ω d. 145.65Ω e. 273.5Ω f. 193.4Ω

3. Cat devine lungimea de undă dacă unda trece într-un alt mediu de permitivitate relativă $\epsilon_r' = 5.1$?

- a. 10.22cm b. 16.74cm c. 8.92cm d. 8.43cm e. 11.84cm f. 11.26cm

F2. Se consideră un cablu coaxial terminat pe o sarcină $Z_S = 36\Omega$. Se cunosc parametrii lineici ai cablului : $L_0 = 783\text{nH/m}$ și $C_0 = 62\text{pF/m}$. R_0 și G_0 se consideră neglijabile. (3 pte)

4. Care este impedanța caracteristică a cablului?

- a. 354.8Ω b. 112.4Ω c. 35.5Ω d. 78.3Ω e. 140.4Ω f. 48.4Ω

5. Cat este permitivitatea dielectrică relativă a izolatorului care separă cei doi conductori ai cablului?

- a. 2.74 b. 1.34 c. 4.37 d. 2.19 e. 1.63 f. 3.78

6. Cu cat este egal factorul (raportul) de undă staționară în acest circuit de microunde?

- a. 1.25 b. 3.12 c. 6.24 d. 1 e. 2.18 f. 4.99

7. Dacă diametrul conductorului interior al cablului este de 2.7mm, cât este diametrul conductorului exterior?

- a. 5mm b. 204.3mm c. 9mm d. 136.2mm e. 6.5mm f. 68.1mm

8. Dacă introducem un al doilea cablu coaxial de lungime $\lambda/4$ între primul cablu și sarcină (unde λ este lungimea de undă a purtătoarei semnalului), ce impedanță caracteristică ar trebui să aibă acesta pentru a realiza adaptarea circuitului?

- a. 35.7Ω b. 41.7Ω c. 53.1Ω d. 71.1Ω e. 63.6Ω f. 113Ω

9. Cu cat devine egal factorul (raportul) de undă staționară în primul cablu coaxial, după realizarea adaptării de sarcina?

- a. 1.25 b. 1 c. 2.18 d. 6.24 e. 3.12 f. ∞

F3. Se dă un ghid de undă metalic dreptunghiular fără pierderi de lungime $L=160\text{m}$. Latura mare a secțiunii ghidului are lungimea $a=3.48\text{cm}$, iar latura mică $b=1.04\text{cm}$. La un capăt al ghidului avem un oscilator Gunn de frecvență $f_0=6.3\text{GHz}$. Ghidul este umplut cu un dielectric de permitivitate relativă $\epsilon_r=5.4$. (3,5 pcte)

10. Care este lungimea de undă a modului fundamental în interiorul ghidului?

- a. 2.14cm b. 0.43cm c. 1.28cm d. 2.44cm e. 3.64cm f. 4.15cm

11. Care este impedanța de undă a modului fundamental în interiorul ghidului?

- a. 169.76Ω b. 50.93Ω c. 512.84Ω d. 305.57Ω e. 91.67Ω f. 394.49Ω

5.2.2. Testul 4

F1. O undă plană care se propagă printr-un mediu fără pierderi are câmpul electric de forma $E_x = E_0 \cdot \cos(\omega t - \beta z)$ de frecvență 3GHz și lungime de undă de 4.082cm. (1,5 pte)

1. Cât este permitivitatea relativă ϵ_r a mediului?

- a. 6 b. 9.9 c. 1.9 d. 2.5 e. 7.2 f. 5.1

2. Cu cât este egală impedanța de undă?

- a. 166.94 Ω b. 119.82 Ω c. 153.91 Ω d. 140.5 Ω e. 238.44 Ω f. 273.5 Ω

3. Cât devine lungimea de undă dacă unda trece într-un alt mediu de permitivitate relativă $\epsilon_r' = 3.7$?

- a. 7.25cm b. 4.43cm c. 3.18cm d. 3.73cm e. 6.32cm f. 5.2cm

F2. Se consideră un cablu coaxial terminat pe o sarcină $Z_S = 128\Omega$. Se cunosc parametrii lineici ai cablului : $L_0 = 404\text{nH/m}$ și $C_0 = 50\text{pF/m}$. R_0 și G_0 se consideră neglijabile. (3 pte)

4. Care este impedanța caracteristică a cablului?

- a. 57.9 Ω b. 34.7 Ω c. 28.4 Ω d. 113.6 Ω e. 175.2 Ω f. 89.9 Ω

5. Cât este permitivitatea dielectrică relativă a izolatorului care separă cei doi conductori ai cablului?

- a. 3.2 b. 1.82 c. 4.25 d. 2.53 e. 1.2 f. 2.21

6. Cu cât este egal factorul (raportul) de undă staționară în acest circuit de microunde?

- a. 2.13 b. 0.85 c. 1 d. 0.43 e. 1.42 f. 1.28

7. Dacă diametrul conductorului interior al cablului este de 1.1mm, cât este diametrul conductorului exterior?

- a. 2.1mm b. 1.66mm c. 14.94mm d. 1.5mm e. 1.65mm f. 8.3mm

8. Dacă introducem un al doilea cablu coaxial de lungime $\lambda/4$ între primul cablu și sarcină (unde λ este lungimea de undă a purtătoarei semnalului), ce impedanță caracteristică ar trebui să aibă acesta pentru a realiza adaptarea circuitului?

- a. 107.3Ω b. 149.8Ω c. 120.6Ω d. 86.1Ω e. 60.3Ω f. 66.6Ω

9. Cu cât devine egal factorul (raportul) de undă staționară în primul cablu coaxial, după realizarea adaptării de sarcină?

- a. 1.28 b. ∞ c. 0.85 d. 1.42 e. 1 f. 0.43

F3. Se dă un ghid de undă metalic dreptunghiular fără pierderi de lungime $L=190\text{m}$. Latura mare a secțiunii ghidului are lungimea $a=4.2\text{cm}$, iar latura mică $b=2.73\text{cm}$. La un capăt al ghidului avem un oscilator Gunn de frecvență $f_0=2\text{GHz}$. Ghidul este umplut cu un dielectric de permitivitate relativă $\epsilon_r=9$. (3,5 pcte)

10. Care este lungimea de undă a modului fundamental în interiorul ghidului?

- a. 2.49cm b. 6.22cm c. 14.15cm d. 7.86cm e. 9.43cm f. 11.82cm

11. Care este impedanța de undă a modului fundamental în interiorul ghidului?

- a. 93.81Ω b. 156.36Ω c. 125.67Ω d. 12.57Ω e. 469.07Ω f. 62.84Ω

12. Câte moduri diferite se propagă pe ghid în cazul de mai sus?

- a. 1 b. 3 c. 2 d. 6 e. 4 f. 5

13. În ordinea frecvenței critice, care este al doilea mod de propagare?

- a. TE(2,2) b. TE(1,1) c. TE(1,0) d. TM(1,1) e. TE(2,0) f. TE(0,1)

14. Cu ce întârziere ajunge la celălalt capăt al ghidului un semnal transmis de al doilea mod de propagare față de primul?

- a. 2372.06ns b. 1897.65ns c. 3795.3ns d. 1660.44ns e. 1423.24ns f. 3083.68ns

15. Care e frecvența maximă cu care ar trebui să oscileze generatorul Gunn pentru ca pe ghid

a. 1.83GHz b. 4.76GHz c. 0.59GHz d. 2.38GHz e. 1.19GHz f. 2.18GHz

a. 0.5GHz b. 1.26GHz c. 0.25GHz d. 1.01GHz e. 0.76GHz f. 0.13GHz

17. frecventa critica a modului de propagare

a. Ω b. Hz c. m/s d. Ω/m e. S^2 f. H/m

a. m/s b. - c. m/s^2 d. m e. Ω f. T^2

[illegible]

BIBLIOGRAFIE

- [1] D. M. Pozar, Microwave Engineering, Wiley 2012
- [2] S. Liao, Microwave devices and circuits, Prentice Hall 1996
- [3] G. Lojewski, Dispozitive si circuite de microunde, Ed. Tehnica 2005
- [4] N. Voicu, Sisteme de microunde. Elemente de teorie, constructie, Matrixrom 2004
- [5] G. Lojewski, Microunde, dispozitive si circuite, Teora 1999,
- [6] G. Lojewski, N. Militaru, Circuite de microunde. Culegere probleme, Matrixrom 2014
- [7] Curs de Microunde, Academia Fortelor Aeriene "Henri Coanda"
http://www.afahc.ro/ro/facultate/cursuri/microunde_note_curs.pdf
- [8] Gheorghe GAVRILOAIA, Circuite active de microunde, Editura Academiei Tehnice Militare, 2010
- [9] Gheorghe GAVRILOAIA Circuite pasive de microunde, Editura Academiei Tehnice Militare, 2010
- [10] Daniel Alexandru Vișan, Ioan Liță, Mariana Jurian, Ion Bogdan Cioc, "Dispozitive semiconductoare pentru microunde", Ed. Matrix Rom, Bucuresti, 2015
- [11] Microwaves 101: <https://www.microwaves101.com/>
- [12] AT3000 Kit – manual de utilizare
- [13] Electromagnetic Harvesters: Free Lunch or Theft:
<http://www.industrytap.com/electromagnetic-harvesters-free-lunch-or-theft/1805>
- [14] Real-Life Physics, vol.3:
<http://www.scienceclarified.com/everyday/Real-Life-Physics-Vol-3-Biology-Vol-1/>
- [15] Microwaves – Wikipedia: <https://en.wikipedia.org/wiki/Microwave>
- [16] Tiberiu Mociran, Aplicatiile microundelor, <http://cursuri.flexform.ro>
- [17] Magnetic monopole – Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_monopole
- [18] Triple vector product – Wikipedia:
https://en.wikipedia.org/wiki/Triple_product#Vector_triple_product
- [19] Polarization – Wikipedia:
[https://en.wikipedia.org/wiki/Polarization_\(waves\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Polarization_(waves))
- [20] Polarization of light: <https://www.youtube.com/watch?v=8YkfEft4p-w>
- [21] The polarization of the sky: <https://www.polarization.com/sky/sky.html>
- [22] Wave and Antenna Polarization: <http://www.antenna-theory.com/basics/polarization.php>

ANEXA A. BREVIAR DE FORMULE

Unda plană

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{E,v} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{+\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_E \quad (4)$$

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \vec{E}, \text{ unde } \epsilon_0 \simeq 8,854 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1} \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \cdot \vec{H}, \text{ unde } \mu_0 \simeq 4\pi \cdot 10^{-7} H \cdot m^{-1} \quad (6)$$

$$\nabla \times \vec{H} = +j\omega\epsilon\vec{E} + \sigma \cdot \vec{E} \quad (7)$$

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \quad (8)$$

$$E_x(z, t) = E_0^+ e^{j(\omega t - kz)} + E_0^- e^{j(\omega t + kz)} \quad (9)$$

$$v_\varphi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (10)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega} = \frac{c}{f} \quad (11)$$

$$H_y(z, t) = \frac{1}{Z_U} [E_0^+ e^{j(\omega t - kz)} - E_0^- e^{j(\omega t + kz)}] \quad (12)$$

$$Z_U = \frac{E_0^+}{H_0^+} \quad (13)$$

$$Z_{TEM} = Z_d = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (14)$$

$$Z_{d0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \simeq 377\Omega \quad (15)$$

Linii de transmisie

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} - (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)U(x) = 0 \quad (16)$$

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} - (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)I(x) = 0 \quad (17)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \quad (18)$$

$$U(x) = U_0^+ e^{-\gamma x} + U_0^- e^{+\gamma x} \quad (19)$$

$$I(x) = I_0^+ e^{-\gamma x} + I_0^- e^{+\gamma x} \quad (20)$$

$$I(x) = \frac{\gamma}{(R_0 + j\omega L_0)} (U_0^+ e^{-\gamma x} - U_0^- e^{+\gamma x}) \quad (21)$$

$$Z_c = \frac{U_0^+}{I_0^+} = \frac{-U_0^-}{I_0^-} \quad (22)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \quad (23)$$

$$Z_c = \frac{j\omega L_0}{\gamma} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (24)$$

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0} \quad (25)$$

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (26)$$

$$\Gamma_0 = \frac{U_0^-}{U_0^+} = \frac{Z_S - Z_c}{Z_S + Z_c} \quad (27)$$

$$\Gamma_x = \frac{U^-(x)}{U^+(x)} = \frac{U^-(0)e^{j(\beta x)}}{U^+(0)e^{j(-\beta x)}} = \Gamma_0 \cdot e^{j \cdot 2\beta x} \quad (28)$$

$$\sigma(\text{sau } VSWR) = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (29)$$

$$Z_i(L) = Z_c \cdot \frac{Z_S + jZ_c \cdot \tan(\beta L)}{Z_c + jZ_S \cdot \tan(\beta L)} \quad (30)$$

$$Z_i(\lambda/4) = \frac{Z_c^2}{Z_S} \quad (31)$$

$$C_0 = \frac{2 \cdot \pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \quad (32)$$

$$L_0 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2 \cdot \pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \quad (33)$$

Ghiduri de undă

$$Z_{TE} = \frac{Z_d}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (34)$$

$$Z_{TM} = Z_d \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (35)$$

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta_g} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (36)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta_g} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (37)$$

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (38)$$

$$f_{c,(m,n)} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (39)$$

ANEXA B. RĂSPUNSURI LA TESTE

Testul 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	e	f	a	c	c	a	a	c	c

Testul 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e	d	b	a	e	e	a	b	e	d

Testul 3:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
f	d	a	b	c	b	d	e	b	a	a	d	b	c	e	a	b	d

Testul 4:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a	c	f	f	b	e	f	a	e	b	b	c	f	a	a	b	b	b